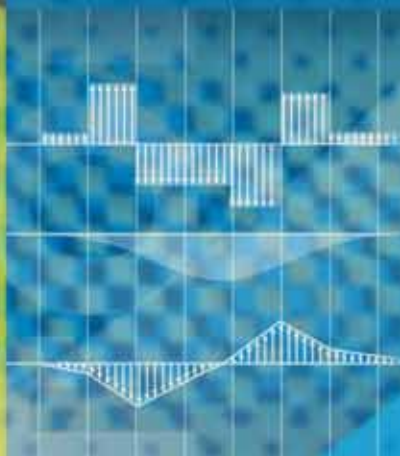




Forfatter: Jørgen Amdahl

## Marine konstruksjoners styrke



### Innhold

Innledning.....	2
Grunnleggende statikk.....	4
Krefter og momenter.....	4
Bøyemoment- og skjærkraftdiagrammer.....	6
Grunnleggende fasthetslære.....	8
Deformasjoner og spenninger.....	8
Arealregghetsmomenter og bøyespenninger.....	10
Skipet som bjelke. Skrogbjelken.....	12
Deformasjoner av skrogbjelken – hogging og sagging	14
Sammenbrudd av skipsskrog – eksempler.....	16
Bøyemomenter og skjærkrefter ved hogging og sagging	18
Skipets konstruksjonsmessige oppbygging.....	20
Statikk for fagverkskonstruksjoner.....	22
Fagverksplattformer for petroleumsutvinning til havs	24
Alexander Kielland-katastrofen (Nordsjøtragedien 1980)	26
Sammenstøt mellom skip og plattform.....	28
Tårnkonstruksjoner for vindkraftverk til havs.....	30
Oppgaver.....	32

**Kapitlet handler om marine konstruksjoners styrke. Mange skip har brutt sammen fordi de var konstruert uten tilstrekkelig styrke eller ble lastet slik at styrkemessige påkjenninger ble større enn forutsatt. Også for mange andre havkonstruksjoner enn skip er styrkemessig dimensjonering av avgjørende betydning.**

**Skip utsettes for store påkjenninger.** Få som har vært ombord i et skip på sjøen i dårlig vær, vil tvile på at skipet som konstruksjon utsettes for store påkjenninger. I slikt vær treffer bølger skroget, vann fosser over dekk, og skipet reagerer på disse påkjenningene med vibrasjoner og "knirkelyder". Men også når et skip går i stille vann, det vil si i vann der bevegelsene er minimale, vil det utsettes for betydelige krefter, selv om dette er lite merkbart for oss passasjerer. Slike krefter er blant annet hydrostatisk trykk på skipssidene og på bunnen, og gravitasjonskrefter på grunn av skipets masse. Et skip utsettes derfor bestandig for store påkjenninger.

**Styrkeberegninger er nødvendige, men vanskelige.** Alle skip må konstrueres for å tåle de påkjenningene/kreftene som de møter i den daglige driften. Det er imidlertid en formidabel oppgave å gjøre konstruksjonsmessige beregninger på et skip, en konstruksjon som kan bestå av kilometervis med bjelker, store platearealer og en mengde rammer. I tillegg til dette er det en kompliserende faktor at alle disse konstruksjonselementene går på "kryss og tvers", samtidig som de er forbundet med hverandre i skjæringspunktene. For mariningeniører som skal konstruere skip, består problemet hovedsakelig av tre deler:

- 1 Å beregne belastningene fra sjø og nyttelast som skipet som konstruksjon utsettes for i den daglige driften.
- 2 Å beregne responsen i form av krefter, spenninger og deformasjoner som disse kreftene gir skipet.
- 3 Å dimensjonere skipet, det vil si å gi de enkelte konstruksjonselementene slike dimensjoner at skipet som helhet vil tåle de kreftene som det utsettes for.

*Et skip i dårlig vær utsettes for voldsomme krefter.*

*E Kim*

# Marine konstruksjoners styrke

Å beregne belastningene på skip er en utfordring, fordi skipet beveger seg kontinuerlig. Som du selv sikkert har erfart, består ikke havoverflaten av regelmessige sinusformede bølger som kommer pent på rekke og rad etter hverandre. I praksis kommer bølgene i tilsynelatende kaotisk uregelmessighet. Dette betyr at man må studere/analysere bølgenes og responsens statistiske egenskaper.

## Vi lager en forenklet modell

Studier av hvordan belastningene virker på de enkelte konstruksjonselementene i skipet, vil falle langt utenfor det som er hensikten med dette kapitlet. Vi må begrense oss til å studere skipet som *en* bjelke. I denne sammenheng skal vi se på to viktige og kritiske konstruktive fenomener for skip, nemlig hogging og sagging. Dette har betydning for hvordan last og andre vekter bør fordeles over skipets lengde. Vi skal kort vise hvordan det er mulig å foreta beregninger av dette. Vi skal videre gi et meget kort innblikk i hvordan et skip er bygget opp fra et konstruktivt synspunkt.

**Fagverkskonstruksjoner.** På havet og i havrommet finner vi også forskjellige plattformkonstruksjoner. I en lærebok om havromsteknologiene hører det naturlig med å komme litt inn på styrkemessige forhold ved disse.

## MÅL

### Etter å ha studert dette kapitlet skal du:

- Ha blitt godt kjent med grunnleggende begreper fra statikken og fasthetslæren, for eksempel bøyemomenter og skjærkrefter, spenninger og deformasjoner.
- Kunne betrakte skipet som en bjelke som utsettes for deformasjonstypene hogging og sagging og tilhørende bøyespenninger.
- Kunne beregne bøyemomenter og skjærkrefter som påvirker et skip, avhengig av forskjellige måter å laste skipet på.
- Ha fått et kort innblikk i hvordan et skipsskrog konstruksjonsmessig bygges opp for å kunne tåle de belastninger det utsettes for.
- Ha blitt kjent med oppbyggingen av fagverk for plattformen og andre havkonstruksjoner



### Undringsoppgave:

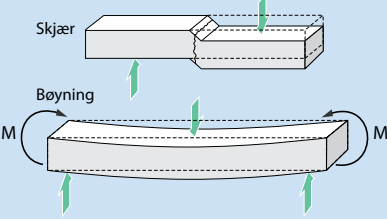
Er det noen forskjell mellom begrepene skipskonstruksjon og skipsdesign?

# Grunnleggende statikk. Påkjenninger fra krefter og momenter

## Langsgående krefter:



## Tverrgående krefter:



### Typen ytre kraftpåkjenninger på en bjelke

Figuren illustrerer også hvilke deformasjoner som kreftene gir. Skip utsettes særlig for tverrgående krefter. Disse skriver seg fra oppdriften og fra tyngder av skipskonstruksjonen og lastene.

De typer krefter som kan påkjenne et legeme, inndeles gjerne som vist på figur til venstre. Svært ofte er det bjelker eller lignende legemer (f.eks. skip) som skal analyseres og det er da hensiktsmessig å skille mellom langsgående og tverrgående krefter (i x- og y-retninger). Eventuelle skråttstilte krefter kan enkelt dekomponeres i disse hovedretningene. Som figuren viser, snakker vi altså om fire hovedtyper kraftpåkjenninger, og vi skal se nærmere på disse.

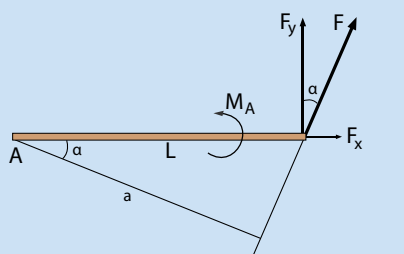
## Strekkekrefter og trykkrefter

Slike kraftpåkjenninger beskrevet i kapittel 4 og det vises til side 4-10.

## Ytre bøyekrefter og bøyemomenter

**Definisjon.** Vi har tidligere benyttet begrepet moment flere ganger for å beskrive at krefter kan ha en **dreievirkning** på legemer. Se sidene 2-12 og 3-24. Forutsetningen var at kraften måtte ha en arm å virke på i forhold til omdreiningssaksen. Sammen med dreievirkningen kan et dreiemoment også *deformere* legemet, i form av vridning (torsjon).

Momenter er også av betydning når krefter **bøyer på** et legeme i stedet for å vri på det. Vi snakker da om bøyemomenter. Også slike momenter defineres som tidligere ved å multiplisere kraften med en arm. Fortsatt defineres armen som den vinkelrette avstand mellom kraftens retning og det punktet vi skal ta momentet om. Som det framgår av figur, kan vi da skrive



$$\text{Bøyemoment om punkt A: } M_A = F \cdot a = F_y \cdot L$$

### Definisjon av bøyemoment

Bøyemomentet om punkt A kan defineres på to måter:

- 1)  $M_A = F \cdot a$
  - 2)  $M_A = F_y \cdot L = F \cdot \cos \alpha \cdot L$
- Strekkekraft i bjelken:  $F_x = F \cdot \sin \alpha$

Er det en horisontal avstand som oppgis som arm, er det altså kraftens vertikale komponent,  $F_y = F \cdot \cos \alpha$ , som gir bøyemoment. Den horisontale kraftkomponenten,  $F_x = F \cdot \sin \alpha$ ; vil utsette bjelken for en ren strekkraft.

### Eksempel 6.1 Ytre bøyemomenter og krefter på vippehuske.

Det vises til figur. En voksen person med tyngde  $G_2$  må sette seg nærmere vippepunktet enn et barn med tyngde  $G_1$ . Beregn riktig arm og kraften som virker på planken i vippepunktet.

Momentlikevekt om vippepunktet A gir:

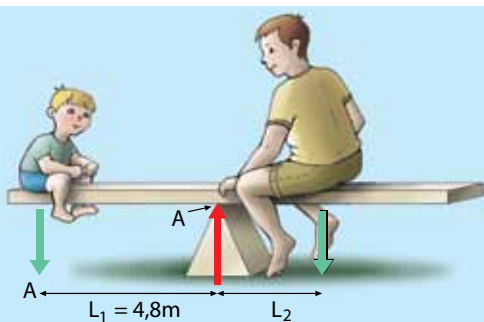
$$G_1 \cdot L_1 = G_2 \cdot L_2$$

og dermed

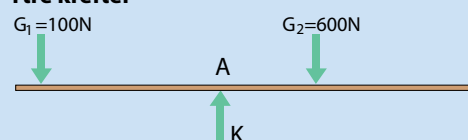
$$L_2 = L_1 \cdot G_1 / G_2 = 0,8 \text{ m}$$

Kraftlikevekt i vertikalretning gir:

$$K = G_1 + G_2 = 100 \text{ N} + 600 \text{ N} = 700 \text{ N}$$



### Ytre krefter



**Eksempel 6.2 Ytre bøyemomenter og krefter på broplanke.**

Opplagerkreftene ved A og B skal beregnes. Dette gjøres ved å bruke Newtons 1. lov både på krefter og momenter. Kraftlikevekt og momentlikevekt (om punkt A) gir da følgende ligninger:

$$K_A + K_B = G = 600 \text{ N}$$

$$600 \text{ N} \cdot 2,0 \text{ m} = K_B \cdot 6,0 \text{ m}$$

med  $K_A = 400 \text{ N}$  og  $K_B = 200 \text{ N}$  som løsninger. Vi ser at opplagerkraften nærmest gutten blir størst, dette er generelt tilfelle: Kraftene går helst "korteste" vei.

**Likevektsbetingelser for et legeme som er i ro eller beveger seg med konstant hastighet.** Det er vel kjent fra fysikken at Newtons 1. lov da må gjelde for de ytre krefter som virker på legemet. Algebraisk sum av kreftene må være lik null i alle retninger. I følge eksemplene ovenfor må vi imidlertid også bruke en slik likevektsbetingelse på de *momenter* som kreftene utsetter legemet for. Sum av kreftenes momenter om et hvilket som helst punkt må være lik null. Vi forutsetter da at det velges forskjellige fortegn avhengig om momentene forsøker å dreie legemet med eller mot urviseren.

Hovedbetingelsene for de ytre krefter og momenter som virker på et legeme som er i ro (eller beveger seg med konstant fart), kan på matematisk form skrives slik:

$$\Sigma F = 0 \text{ (gjelder i i en hvilken som helst retning)}$$

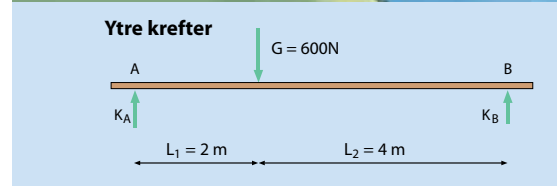
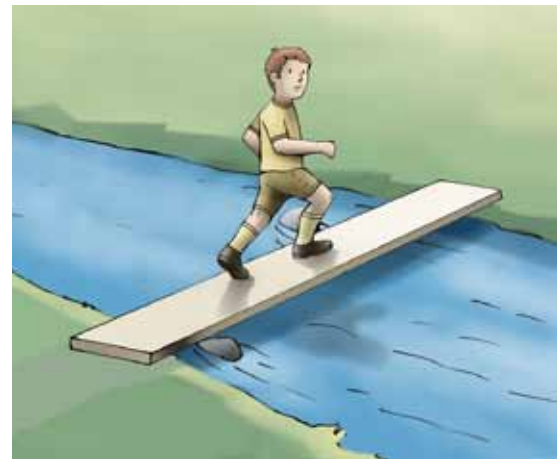
$$\Sigma M = 0 \text{ (gjelder om et hvilket som helst punkt)}$$

I begge tilfelle må det regnes med fortegn (altså algebraisk). Vanligvis defineres vertikale krefter som positive når de virker oppover langs y-aksen. Ytre momenter velges som positive når de vrir med urviseren.

**Skjærkrefter**

Det vises til figuren øverst på venstre side. Tversgående krefter karakteriseres ved at de, i tillegg til å utsette bjelken for bøyning, også utsetter den for tendens til **avskjæring**.

Med skjærkrefter som virker i et bjelkesnitt, mener vi "skjærvirkningen" fra resultatanten av alle tversgående (vinkelrette) krefter som ligger til venstre for bjelkesnittet. Resultanten bestemmes av de samme krefter som utsetter bjelken for bøyemomenter. Skjærkrefter følger den samme fortegnregelen som er nevnt ovenfor for vertikale krefter, altså positive når de virker oppover. Det forutsettes at avstanden til snitt x er regnet fra bjelkens venstre endepunkt. Vanligvis er påkjenningen fra bøyning farligere for en bjelke enn avskjæringstendensen.



**Ytre krefter på broplanke**

Gutten har en tyngde lik 600N og befinner seg 2 m ute på planken.

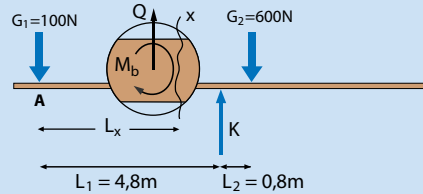


**Undringsoppgave:**

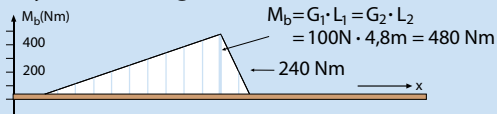
Hvilke krefter virker på stupebrettet til ovenfor? Hvor store er hver av kreftene? Hvilke retninger har de?

# Grunnleggende statikk. Bøyemomentdiagrammer og skjærkraftdiagrammer.

## Ytre krefter



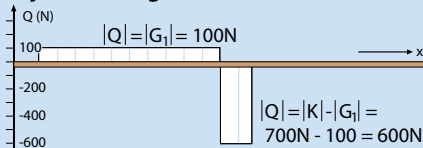
## Bøyemomentdiagram



## Deformasjon ved bøyning

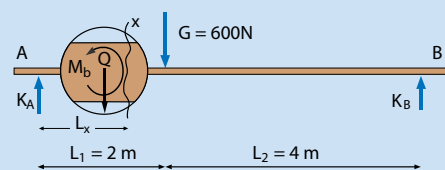


## Skjærkraftdiagram

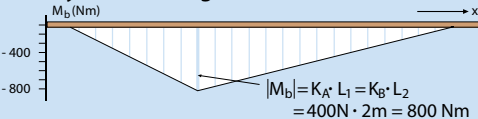


## Påkjenninger på vippehuske

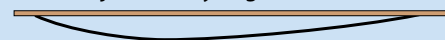
## Ytre krefter



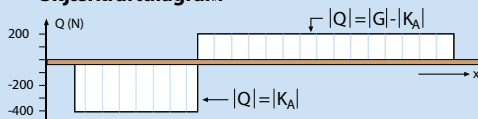
## Bøyemomentdiagram



## Deformasjon ved bøyning



## Skjærkraftdiagram



## Påkjenninger på broplanke

De ytre kreftene som virker på en bjelke, gir indre påkjenninger, nemlig bøyemomenter og skjærkrefter som varierer langs bjelken. Disse resulterer i spenninger og deformasjoner. For å kunne vurdere hvor farlige spenningene og deformasjonene er, må vi få kartlagt variasjonen av både bøyemomenter og skjærkrefter langs bjelken, slik at det framgår hvor maksimalverdiene opptrer og hvor store de er. Opptegning av bøyemomentdiagrammer og skjærkraftdiagrammer er da nødvendige hjelpemidler.

## Bestemmelse av bøyemomentdiagram og skjærkraftdiagram

Vi fortsetter med de samme eksemplene som er gitt på sidene foran.

**Eksempel 6.3 Bøyemomentdiagram og skjærkraftdiagram for vippehuske.** Det vises til figurene til venstre. De ytre kreftene utsetter bjelken for indre bøyemomenter. Det skal kartlegges hvordan disse varierer som funksjon av avstanden  $L_x$  fra punkt A. Vi kan da tenke oss at vi skjærer av bjelken i snitt  $x$ . For at den venstre bjelkedelen likevel skal være i likevekt, må den utsettes for et indre moment  $M_b$  som er like stort som det ytre momentet  $G_1 \cdot L_x$  om snittet og *motsatt rettet*. Dette tenkte, "påsatte" momentet er tegnet inn på bjelkefiguren. Vi ser at det må være positivt i følge definisjonen som er gitt foran. Det er variasjonen av dette indre bøyemomentet i forskjellige snitt langs bjelken vi skal illustrere i bøyemomentdiagrammet. Vi skjønner at dette må variere lineært med  $x$  langs bjelken fram til vippepunktet. I snitt som ligger til høyre for dette, må vi ta hensyn også til kraften som påvirker bjelken fra selve opplagerpunktet. For eksempel i et snitt som ligger  $0,4\text{ m}$  fra vippepunktet (og  $5,2\text{ m}$  fra A), vil de ytre kreftene gi følgende moment om snittet:

$$M_b = -(100\text{ N} \cdot 5,2\text{ m}) + (700\text{ N} \cdot 0,4\text{ m}) = \div 240\text{ Nm}$$

I snittet må det derfor virke et *indre* bøyemoment lik  $+240\text{ Nm}$  som holder likevekt med det ytre momentet. Dette kontrollpunktet gir dermed en lineær graf rettet ned mot null i høyre endepunkt.

Når vi skal kartlegge skjærkreftene som virker på bjelken, tenker vi på samme måte. For at den i tankene frilagte, venstre delen skal forbli i likevekt, må også summen av *kreftene* være null. Den må derfor "påsettes" en kraft  $Q$  som vist på figuren. Denne indre kraften kaller vi skjærkraft. Vi skjønner at den må være like stor som  $G_1$  og motsatt rettet. I følge fortegneregelen foran, blir den positiv og kan altså illustreres som vist i skjærkraftdiagrammet i figuren. I snitt som legges i den høyre del av bjelken, må det "påsettes" en skjærkraft lik  $\div 600\text{N}$ .

**Eksempel 6.4 Bøyemomentdiagram og skjærkraftdiagram for broplanke.** Beregnes i oppg. 6.6, med resultat som vist i figur til venstre

### Fordelte krefter/laster

Hittil har vi bare sett på tilfeller hvor belastningene på bjelkene skriver seg fra enkeltkrefter, det vil si krefter som virker på ett punkt eller på svært begrensede flater. Krefter kan imidlertid også opptre med mer eller mindre jevn *fordeling* over større flater. Oppdrift er godt eksempel på en slik jevn fordelt belastning. Et annet eksempel er tyngder, som ofte opptas på større flater og ikke i et punkt. Begge deler er meget aktuelle belastningsformer for marine konstruksjoner. Derfor skal vi nedenfor ta for oss et par eksempler på hvordan bøyemomentdiagrammer og skjærkraftdiagrammer kan bestemmes når jevnt fordelte laster opptrer sammen med enkeltlaste.

**Eksempel 6.5 Bøyemoment- og skjærkraftdiagram fra kombinasjon av enkeltlast og jevnt fordelt last.** Vi skal ta for oss Geirs flåte fra side 2-11 nok en gang. For enkelhets skyld forutsetter vi at Geirs tyngde virker i et punkt midt på flåten og at vi kan se bort fra den lille tyngden av selve flåten. Først fastlegges den ytre kraftbelastningen. Denne må bli som vist på figur til høyre. Oppdriften virker jevnt fordelt på hele bunnen. Den må være lik Geirs tyngde og kan uttrykkes pr. lengdeenhet av flåten slik:

$$q = G/L = 53 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 / 1,2 \text{ m} = 520 \text{ N} / 1,2 \text{ m} = 433 \text{ N/m}$$

Indre bøyemomenter beregnes for snitt som ligger i avstandene B, C, D, E og F fra punkt A. Nedenfor er vist bergningen for snittet gjennom C, som ligger 0,4 m fra A. For at den delen av flåten som dermed frilegges, fortsatt skal være i likevekt, må den påvirkes av et negativt, indre bøyemoment i punkt C. Dette momentet må ha tallverdi lik

$$M_b = \text{kraft} \times \text{arm} = q \cdot x_C \cdot x_C/2 = 433 \text{ N/m} \cdot 0,4 \text{ m} \cdot 0,4\text{m}/2 = 35 \text{ Nm}$$

Dette punktet avsettes som markert i bøyemomentdiagrammet, sammen verdier fra tilsvarende beregninger for de øvrige punktene: A: 0, B: -9 Nm, D: -78 Nm, E: -35 Nm, F: -9 Nm, G: 0).

Det vises til oppg. 6.7, hvor du bes kontrollberegne disse verdiene.

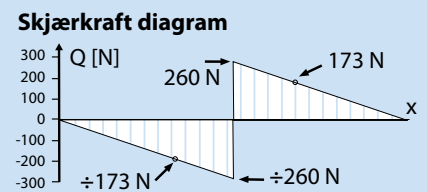
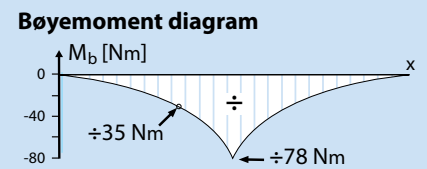
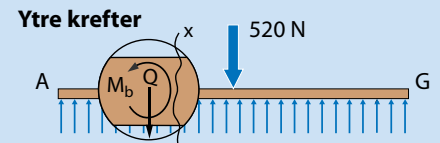
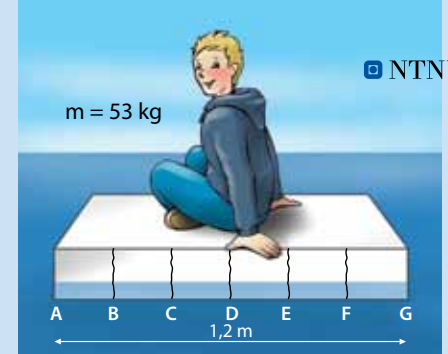
Sum ytre krefter som virker på bjelken til venstre for snitt C, vil være lik  $q_C \cdot x_C = 433 \text{ N/m} \cdot 0,4 \text{ m} = 173 \text{ N}$  (positiv). Indre skjærkraft som balanserer med denne, må derfor være -173 N. Vi innser at skjærkraften må variere lineært fra 0 til  $-433 \text{ N/m} \cdot 0,6\text{m} = -260 \text{ N}$  i punkt D. I for eksempel snitt E blir ytre krefter lik  $-520 \text{ N} + 433 \text{ N/m} \cdot 0,8 \text{ m} = -173 \text{ N}$ . Balanserende skjærkraft må da være +173 N. Skjærkraften avtar lineært fra maksimalverdien i punkt D til null i punkt G. Legg merke til at spranget i skjærkraft der Geir sitter, er lik Geirs tyngde.

**Eksempel 6.6 Bøyemoment- og skjærkraftdiagram for kombinasjon av to enkeltlaste og jevnt fordelt last.** Det vises til figurer nederst til høyre. Geir har med seg lillebroren sin på tur. For at flåten fortsatt skal ha riktig trim (ligge horisontalt i vannet), har han plassert seg litt lenger bak enn i forrige eksempel. Bestemmelse av  $M_b$ - og  $Q$ -diagrammer foretas i prinsippet på samme måte som ovenfor og nødvendige beregninger forutsettes gjennomført i oppgave 6.9. Resultatene av disse er presentert i figurene til høyre. Vi ser at absoluttverdien av maksimalt bøyemoment avtar fra 78 Nm til 68 Nm, mens maksimal skjærkraft øker fra 260 N til 271 N.

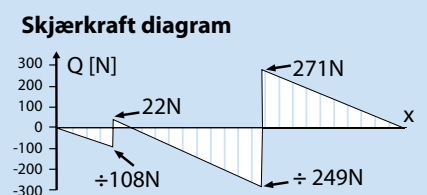
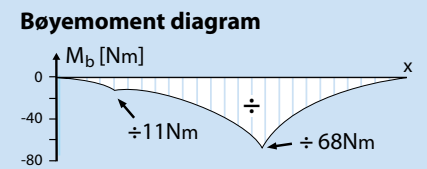
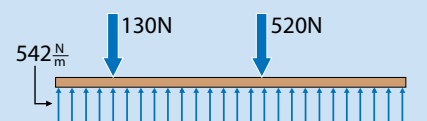
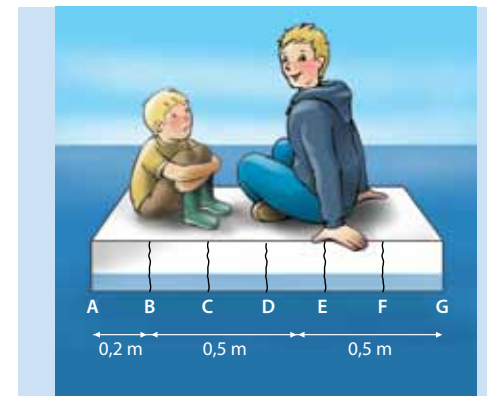


### Undringsoppgave:

Hva er egentlig grunnen til at maksimalt bøyemoment på flåten avtar på tross av at det tas om bord en ekstra last?



### Påkjenninger på flåte

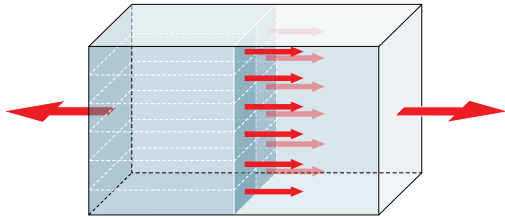


### Påkjenninger på flåte med ekstralast

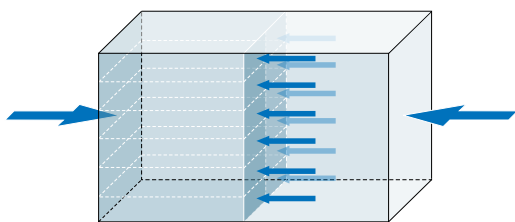
# Grunnleggende fasthetslære.

## Deformasjoner og spenninger

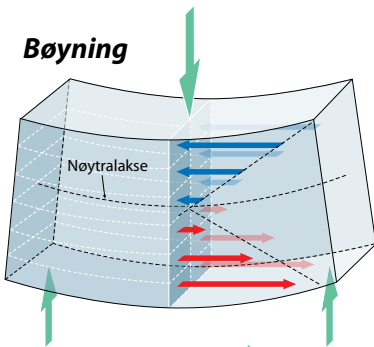
**Strekk**



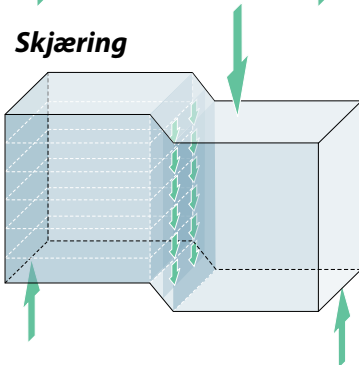
**Trykk**



**Bøyning**



**Skjæring**



**Krefter (N)**



**Spenninger (N/mm<sup>2</sup>)**



**Illustrasjoner av hovedtyper spenninger**

Når et legeme utsettes for ytre krefter, for eksempel laster og opp-lagerkrefter, vil det i legemet oppstå *indre* påkjenninger. Disse kan i verste fall resultere i at legemet bryter fullstendig sammen. *Fasthetslæren* handler om hvordan vi kan undersøke nærmere farene ved disse påkjenningene og dimensjonere legemet slik at det oppnås en ønsket sikkerhet mot brudd. De indre påkjenningene som først og fremst blir vurdert i slike sammenhenger, er de *deformasjoner* og *spenninger* som de ytre kreftene resulterer i. Begge disse typer indre påkjenninger er meget viktige i en rekke sammenhenger. Vi må derfor gi en viss "smakebit" av disse temaene, men detaljert behandling hører først hjemme i eventuelle senere teknologiske studier.

### Deformasjoner

De forskjellige typer kraftpåkjenninger som ble omtalt på side 6-4, gir ulike deformasjoner av legemer. Disse illustreres pånytt til venstre.

**Forlengelse og sammentrykking.** Slike deformasjoner forårsakes av strekk- og trykkkrefter som virker på legemet og er behandlet nærmere i kapittel 4 (se side 4-10 og videre).

**Bøyedeformasjon.** Dette er en type deformasjon som blir resultatet når et legeme utsettes for bøyemomenter. Bøyedeforasjoner er vist i alle figurene på sidene foran. Hvis de gitte fortegnstegnene for bøyemomenter følges, vil bjelken bøyes nedover når de indre bøyemomentene er negative. Da vil bjelkens overside være konkav og utsettes for sammentrykking.. Omvendt vil positive indre bøyemomenter bøye bjelken oppover (med konveks overside, som utsettes for forlengelser).

For å kunne vurdere nærmere de bøyedeforasjoner et legeme utsettes for, er det derfor av stor betydning å få fastlagt bøyemomentdiagrammet.

Beregning av størrelsen på nedbøyninger av en bjelke ligger utenfor rammen av denne boken. Disse vil selvsagt være avhengig av bøyemomentenes størrelse og materialegenskaper til bjelken.

**Skjærdeformasjoner.** Dette er forskyvningsdeformasjoner som oppstår ved at tverrkrefter kan medføre tversgående glidninger i et bjelkesnitt, se skjematisk illustrasjon nederst til venstre. For å kunne vurdere hvor farlige skjærdeformasjonene kan bli, er det viktig å kjenne skjærkraftdiagrammet for hele bjelken.

### Spenninger

Med spenninger mener vi generelt kraftpåkjenninger per flateenhet av en snittflate i for eksempel en bjelke.



**Strekk- og trykkspenninger.** Disse spenningstypene er allerede behandlet i kapitlet om materialteknologi og det vises til sidene 4-10 og videre. For oversiktens skyld er strekk- og trykkspenninger også illustrert øverst på forrige side, og vi gjentar at *spenninger fra en strekk- eller trykkraft (F) beregnes som:  $\sigma = F/A$  [ $N/m^2 = Pa$ ]*. Her er A tverrsnittsarealet til legemet. Denne spenningen er konstant over tverrsnittet. Den har samme enhet som sjøtrykket mot et skips sider eller bunn.

**Bøyespenninger.** Vi ser på den bjelken som er vist på figur på venstre side og tenker oss at bjelken er satt sammen av langsgående fibre. Når bjelken bøyes som vist, vil de fibre som ligger på undersiden forlenges. Her oppstår det derfor strekkspenninger. Fibrene på oversiden vil derimot forkortes, slik at det her blir trykkspenninger. Ved nøytralaksen, som går gjennom tverrsnittets tyngdepunkt, og som her befinner seg på midten av bjelkehøyden, vil det bli en overgang mellom strekk og trykk og dermed ingen deformasjon.

Strekk- og trykkspenninger som oppstår ved at tværkrefter gir bøyning av en bjelke, kaller vi bøyespenninger. Som antydnet i figur til høyre og utledet i oppg. 6.10, kan de uttrykkes som

$$\sigma_{b,maks} = \frac{M_b}{I} \cdot \frac{h}{2} \quad \left[ \frac{N}{m^2} = Pa \right]$$

hvor

$M_b$  = bøyemomentet (Nm) i aktuelt snitt

$I$  = arealtrehetsmomentet for bjelkens tvrrrsnitt ( $m^4$ ).

For rektangulært tverrsnitt er  $I = bh^3/12$

$h/2$  = avstanden fra punktet med null bøyespenning (nøytralaksen til tverrsnittet) til overflaten hvor maksimale trykk- eller strekkspenninger opptrer. Spenningene ( $\sigma_t$  eller  $\sigma_s$ ) ved andre avstander ( $z$ ) fra nøytralaksen finnes ved å erstatte  $h/2$  med  $z$

Dette er en meget viktig ligning i fasthetslæren. For "spesielt interessante" vises til ytterligere omtale på neste to sider, med blant annet eksempler på beregninger. Det vises også til blant annet oppg. 6.10.

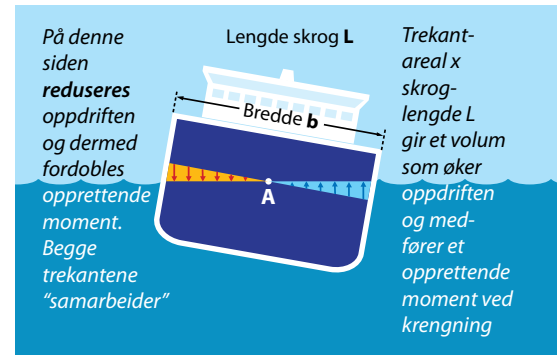
**Skjærspenninger.** Slike spenninger skriver seg fra tversgående krefter (symbolisert med Q) og karakteriseres ved at de virker *parallelt* med snittflaten. De er derfor av en helt annen karakter enn strekk- og trykkspenninger, som jo virker normalt på snittflaten og som dermed med et samlenavn kalles normalspenninger. Også *skjærspenninger angis som kraft pr. flateenhet:  $\tau = Q/A$* . Det er begrenset hvor stor skjærspenning de ulike materialer tåler. Bli en skjærspenning for høy, resulterer den i et avskjæringsbrudd. Skjærspenninger kan også kalles *skyvningspenninger* og er egentlig friksjonskrefter som oppstår i en snittflate når en bjelke får en tendens til å forskyves eller gli i forhold til en annen.



**Vi undrer oss på:**

Hvorfor inngår ordet "treghet" i begrepet arealtrehetsmoment?

**Krengning av fartøy ligner matematisk på bøyning av bjelke**

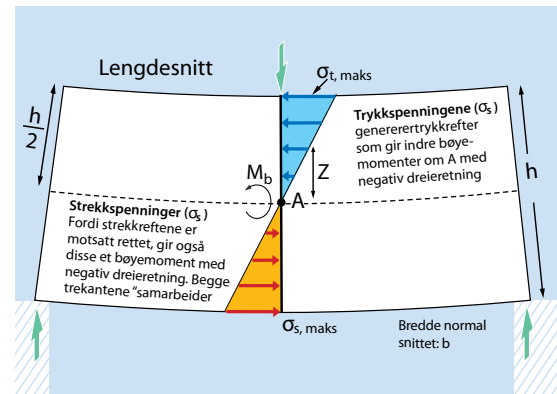


På side 2 - 14 er det påvist at opprettende moment om A blir:

$$M_A = \frac{L \cdot b^3}{12} \rho \cdot g \cdot \tan \alpha = I \cdot \rho \cdot g \cdot \tan \alpha$$

Størrelsen  $I = L \cdot b^3/12$  kalles arealtrehetsmomentet og gjelder når vannlinjearealet som fortregnes av fartøyet er rektangulært.  $\alpha$  er krengningsvinkelen

**Bøyning av bjelke**



Matematisk er krengning av fartøy og bøyning av bjelke like. Det skisserte utgangspunktet leder fram til følgende ligning for en bjelkes indre bøyemoment:

$$M_{bA} = \frac{bh^3}{12} \cdot \frac{\sigma_{b,maks}}{h/2} = I \cdot \frac{\sigma_{b,maks}}{h/2}$$

Denne ligningen er bygget opp på samme måten som ligningen for opprettede moment i et krengende fartøy. Interesserte kan løse oppgave 6.10 for å se detaljer i utledningen.

**Arealtrighetsmoment (I) er en sentral størrelse i beregning både av stabilitet for skip og bøyning av bjelker**

# Grunnleggende fasthetslære.

## Arealtreghetsmomenter og bøyepenninger

### Bøyepenningsligninger:

#### Fasthetslærens viktigste ligning

Fordi bøyepenninger normalt utgjør den alvorligste respons som utløses av ytre belastninger både i skipskonstruksjoner og generelt i konstruksjonsteknikken, er det mange som mener at det er god dekning for overskriften ovenfor. Det er derfor på sin plass å gi noen eksempler på bruk av denne viktige ligningen. Som nevnt foran, uttrykker ligningen hvordan strekk- og trykkspenninger vokser fra null ved nøytralaksen til maksimumsverdier på bjelkens overflater. Avstanden fra nøytralaksen er da  $h/2$ . Normalt er det først og fremst de maksimale bøyepenningerne vi er interessert i å beregne. I så fall kan man gjøre det ved hjelp av følgende, innkortede, form på den viktige "bøyepenningsligningen":

$$\sigma_{b, \max} = \frac{M_b}{W}$$

Den nye størrelsen  $W$  kalles motstandsmoment og blir for et rektangulært tverrsnitt:

$$W = \frac{I}{h/2} = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

#### Eksempler på beregninger av bøyingsproblemer

**Eksempel 6.7 Sammenbrudd av vippehuske.** Planken i vippehuska i eksempel 3 er 20 cm bred og 5 cm tykk. Hvor stor er maksimal bøyepennung ved vippepunktet? Planken er av furu, som har en trykkfasthet på 40 MPa. Er det fare for at planken bryter sammen i trykk?

Det framgår av eksempel 6.3, side 6-6 at bøyemomentet ved vippepunktet er 480 Nm. Arealtreghetsmomentet for planketverrsnittet er:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,2\text{m} \cdot (0,05\text{m})^3}{12} = 2,083 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

Maksimal spennning får man i strekk (overside) eller trykk (underside) i en avstand lik  $h/2 = 2,5 \text{ cm}$  fra nøytralaksen. Dette gir maksimal trykkspennung lik

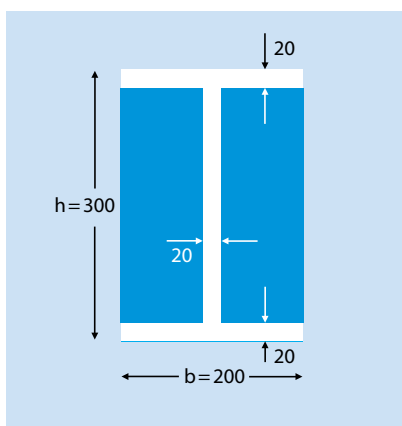
$$\sigma_{t, \max} = \frac{M_b}{I} \cdot \frac{h}{2} = \frac{480 \text{ Nm} \cdot 0,025\text{m}}{2,083 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4} = 5,76 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 5,76 \text{ MPa}$$

Vi ser at denne bøyepennungen bare utgjør ca. 14 % av de kritiske spennungen, og det er ingen fare for at vippehuska svikter. Den maksimale spennungen kunne vi også funnet direkte ved å bruke lignungen hvor motstandsmomentet inngår.

#### Eksempel 6.8 Beregning av arealtreghetsmoment for I-profil.

Beregn arealtreghetsmomentet for en bjelke med I-format tverrsnitt som vist til venstre. Svar: Vi kan benytte formelen for rektangulært tverrsnitt ved først å beregne for tverrsnittet som omhyller profilet og deretter trekke fra de to mørkeblå tverrsnittene. Dette gir:

$$I = \frac{200\text{mm} \cdot (300\text{mm})^3}{12} - \frac{2 \cdot 90\text{mm} \cdot (260\text{mm})^3}{12} = 1,86 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$



Typisk I-format tverrsnitt for bjelke. Alle mål i mm.

**Eksempel 6.9 Vurdering av ulike tverrsnittsformer med hensyn på areal treghetsmomenter.** De tre tverrsnittene til høyre har samme tverrsnittsareal. Hvilket av dem har størst areal treghetsmoment?  
Svar: For enkelhets skyld regner vi fortsatt i mm. Areal treghetsmomentet for tverrsnitt 1 er allerede beregnet i eksempel 6.8. For de to andre går vi fram på sammen måte:

A :  $I = 1,86 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$

B :  $I = 200 \text{ mm} \cdot (300 \text{ mm})^3 / 12 - 180 \text{ mm} \cdot (260 \text{ mm})^3 / 12 = 1,86 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$

C :  $I = 200 \text{ mm} \cdot (300 \text{ mm})^3 / 12 - 2 \cdot 95 \text{ mm} \cdot (247 \text{ mm})^3 / 12 = 2,11 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$

Tverrsnitt C har 13 % større areal treghetsmoment enn tverrsnitt A og B. Større areal treghetsmoment gir mindre bøyespenning. Det betyr at tverrsnitt C er mest effektivt med hensyn på bøyning. Med andre ord:

Det lønner seg å legge mye materiale der bøyespenningen er størst. Dette er typisk for I-bjelker som benyttes i mange bærende konstruksjoner både i marine konstruksjoner og i bygninger.

Tverrsnitt A og B har samme areal treghetsmoment. Et skip må selvsagt kunne bære last innvendig, og det passer derfor fint at en "hul", rektangulær tverrsnittsform ikke er noe dårligere enn andre former som det er naturlig å sammenligne med.

**Bøyning i horisontalplanet**

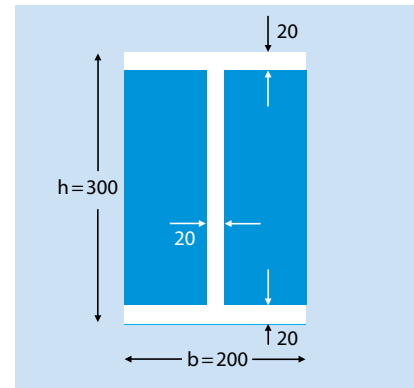
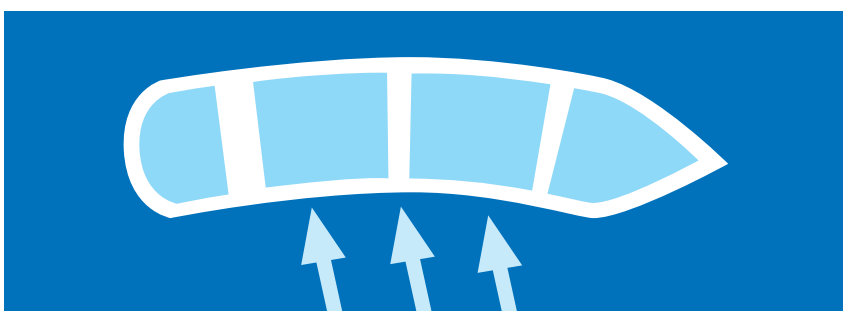
Hittil har vi utelukkende sett på vertikal bøyning av bjelker, det vil si bøyning om en horisontal akse. Men skip som går i bølger, vil også utsettes for horisontale krefter og disse kan resultere i bøyning av skipet i horisontalplanet, se figur nedenfor. Vi sier da at bøyningen skjer om en vertikal akse. Stadig er det et areal treghetsmoment som bestemmer bøyespenningene, men dette må beregnes noe annerledes. Måten å tenke på blir likedan, men nå må vi bytte om betydningen av bredden og høyden. Dermed blir areal treghetsmomentet for horisontal bøyning  $I = b^3 \cdot h / 12$ .

**Eksempel 6.10 Vurdering av tverrsnittsformer med hensyn til horisontal bøyning.** Hva er areal treghetsmomentene for tverrsnitt A og B om en vertikal akse?

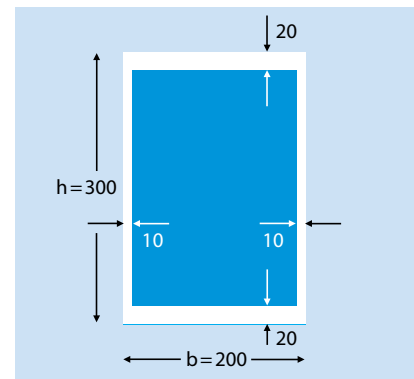
A :  $I = 2 \cdot (200 \text{ mm})^3 \cdot 20 \text{ mm} / 12 + (20 \text{ mm})^3 \cdot 260 \text{ mm} / 12 = 0,268 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$

B :  $I = (200 \text{ mm})^3 \cdot 300 \text{ mm} / 12 - (180 \text{ mm})^3 \cdot 260 \text{ mm} / 12 = 0,736 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$

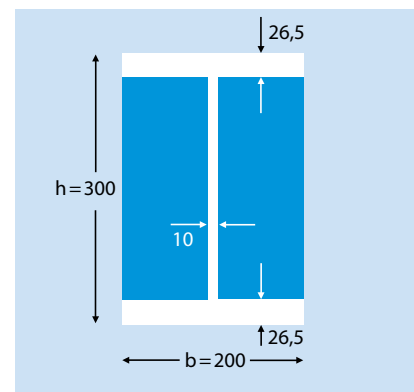
Tverrsnitt B har 2,75 ganger så stort areal treghetsmoment for bøyning om vertikal akse. Det er altså gunstig med hensyn til horisontal bøyning. Dette er viktig for et skip som går i bølger, og "kasseformen" er altså positiv også i denne sammenhengen.



**Tverrsnitt A**



**Tverrsnitt B**



**Tverrsnitt C**

**Tverrsnitt former for bjelker. Alle mål i mm.**



**Vi undrer oss på:**

Vi har studert eksempel 6.7. Hvor tynn furuplanke (med bredde 20 cm) er det mulig å bruke i vippehuska uten at den bryter sammen

# Skipet som bjelke - skrogbjelken

## Skrogbjelken

Få store konstruksjoner er helt stive. Flere hundre meter høye skyskraperer settes i merkbar bevegelse av jordskjelv og sterk vind, selv om de ser aldri så stive ut der de står. Det samme er tilfellet for skip. De kontinuerlig skiftende kreftene som virker på et skip vil skape en ujevn fordeling av påkjenningene over skipets lengde og bredde. Dette gjør at skipet vil bli bøyd. Skip bøyes som en konstruksjonsmessig enhet, i prinsippet akkurat på samme måte som en bjelke som står fast i en vegg og utsettes for ulike krefter. I konstruktiv forstand kan derfor skipet betraktes som en flytende bjelke, kalt for skrogbjelken. Denne utsettes for belastninger fra nyttelasten og egenvekten (gravitasjonskrefter), bølger og hydrostatisk trykk fra den omkringliggende sjøen. Det er vanlig å splitte de totale belastningene opp i en fra stille vann og en fra bølger:

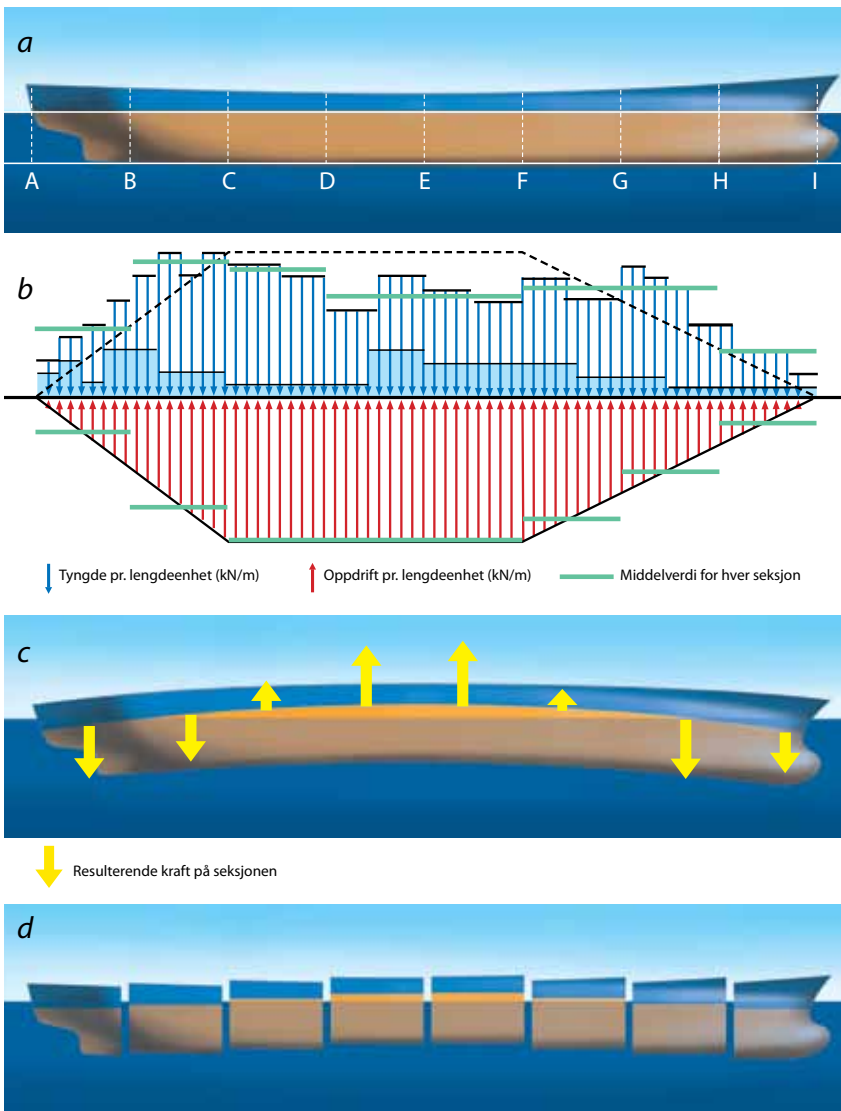
$$\Rightarrow \text{Totale laster} = \text{Stillevannslaster} + \text{bølgelaster}$$

## Belastninger

**Bølgelaster** kan vi enkelt forstå hva er ved å tenke på bølger som bærere av energi. For å kunne regne på bølgelaster må man lære mye mer om bølgeteori og differensialligninger enn det som er naturlig i denne boka. Derfor vil vi her konsentrere oss om stillevannslaster. Bølgelastene utgjør vanligvis ca. 60% av de totale belastningene.

**Stillevannslastene** er de lastene/kreftene skip er påvirket av når de ligger i vann der bevegelsene er minimale. Stillevannslastene kan deles opp i to typer krefter, henholdsvis gravitasjonskrefter og oppdriftskrefter. Vi vet fra hydrostatikken (se kapittel 2) at oppdriften er avhengig av det vannvolumet som skipet fortrenger. Skip har ikke lik geometrisk form over hele lengden, og det vil derfor være en ujevn fordeling av oppdriftskreftene over skrogbjelken. Der hvor skipet er fyldig, som oftest i området omkring midtspantet, vil oppdriftskreftene per lengdeenhet være store. I baugen og akter, der skipet er relativt slankt, vil ikke oppdriften være så stor. Fordelingen av oppdriften er i praksis avhengig av formen på seksjonsarealskurven (SAK) Se figur b til høyre.

Gravitasjonskreftene, som skyldes skipets masse, vil også vanligvis være ujevnt fordelt over skrogbjelken (skipets lengde). Store og relativt konsentrerte vekter kan for eksempel være maskineriet, propellen og lasten. Det vil imidlertid være store forskjeller fra skip til skip. Figuren til høyre viser grovt hvordan man kan tenke seg at gravitasjonskreftene på grunn av skipets masse (de blå pilene) og oppdriftskreftene (de nederste, røde pilene) er fordelt over skipets lengde. Ved beregning av stillevannsbelastninger ligger skipet i likevekt, det vil si stille og rolig på vannet. Da vil summen av de totale oppdriftskreftene være lik summen av de totale gravitasjonskreftene.



**a. Seksjonsoppdeling.**

Skip bygges opp seksjonsvis. Her er det delt opp i 8 seksjoner.

**b. Fordelte belastninger (kN/m)**

To hovedtyper. Den ene ene er forårsaket av gravitasjonskrefter fra:

- Lettskipsvektene (mørkeblå del)
- Dødvekten (resten av blå pil)

Den andre hovedtypen er oppdriften. Totalt sett må disse balansere med hverandre, det vil si at blått areal må være lik rødt areal på figuren. Grafen som beskriver oppdriften, kalles seksjonsarealkurven (SAK). Figuren viser bare et skjematisk eksempel. I praksis

beregnes denne av dataprogrammer, f. eks. "Freeship". V. hj. a. SAK er det mulig å beregne oppdriften av hver enkelt seksjon. Derfor er middellinjer lagt inn med grønt for hver seksjon, både for oppdrift og gravitasjonskreftene. SAK er også markert speilvendt, slik at det framgår tydelig at skipet har "overskudd av" last i forkant og akterkant og "underskudd av" last midtskips.

**c. Resulterende krefter på skrogbjelken og deformasjoner av denne**

Disse er markert med gult. Resultanten av kreftene på hver seksjon virker oppover på de midterste seksjonene og nedover på ytterste. Disse resultatene deformerer derfor skipet som vist. Slik deformasjon kalles hogging.

**d. "Fri flyt" av seksjonene.**

Hvis vi tenker oss at de enkelte seksjoner kunne flytte fritt, ville seksjonene AB og GH fått størst dypgang. Oppdriften ville i så fall øket i forhold til figur c slik at kraftresultanten ble null for hver seksjon. Det er skjærkreftene i skroget som forhindrer en slik fri forskyvning mellom seksjonene.

Som en oppsummering kan vi si at den statiske belastningen på skrogbjelken i stille vann fram kommer som en differanse mellom to størrelser, nemlig tyngde og oppdrift. Ved stillevannsbelastninger studerer vi en likevektssituasjon der skipet ligger rolig i vannet. Den totale tyngden og den totale oppdriften til skipet vil da være like store og motsatt rettet, men ujevnt fordelt på langs av skrogbjelken.

**Vi undrer oss på:**

Hvor stor blir den algebraiske sum av de resulterende krefter som virker på skrogbjelken og som er vist i figur c ?



**Belastninger og deformasjoner i stille vann når det lastes for mye i forkant og akterkant av et skip (hogging).**

# Deformasjoner av skrogbjelken – hogging og sagging



**Hogging:**  
Assosieres med "hog", engelsk for en svinerase med sterkt krummet rygg.  
**Sagging:** Kan assosieres med ungdomsmote.

Som vist i figur b på forrige side, vil tyngder og oppdrift bli ujevnt fordelt over en skrogbjelke. Vi skal nå vurdere hvilke deformasjoner dette kan medføre.

## Hogging

I den nevnte figuren er grafen for fordelingen av oppdriften speilvendt og lagt inn sammen med fordelingen av tyngdene. Vi ser da tydelig at skipet har større tyngder enn oppdrift på endene og mindre tyngder enn oppdrift midtskips. Skipet er blitt bygget i seksjoner, og figur c viser de totale krefter som virker på hver seksjon (seksjonsvise arealer fra figur b). Resultanten for hver seksjon er markert med gult og framkommer som differensen mellom de seksjonsvise tyngdene (blå piler) og oppdriftene (røde piler). Hvis seksjonene hadde kunnet flyte fritt, ville de fått forskjellig dyppgang, som vist i figur d. I virkeligheten er alle seksjonene koblet sammen og vil få samme dyppgang når skipet flyter på rett kjøll. Noen seksjoner vil da få sin dyppgang redusert, mens andre må øke dyppgangen. Det oppstår dermed skjærkrefter mellom seksjonene. Disse gir skjærdeformasjoner i skrogbjelken og resulterer videre også i bøyemomenter og bøyedeforasjoner. Både skjærkreftene og bøyemomentene er illustrert i figurer på side 6-18. Bøyedeforasjonene som oppstår, er vist sterkt overdrevet i figur c foran. **En slik skrogform, som altså skyldes "overskudd" av last i begge endene av et skip, kalles for hogging.**

### a. Seksjonsoppdeling.

Skipet er delt opp i 8 seksjoner.

### b. Fordelte belastninger

Figuren illustrerer eksempel på fordeling av krefter pr. lengdeenhet av skipet (kN/m), se forklaring til tekst til tilsvarende figur på forrige side. Linjer for midlere belastning for hver enkelt seksjon er markert med grønt både for tyngdebelastningene og oppdriften.

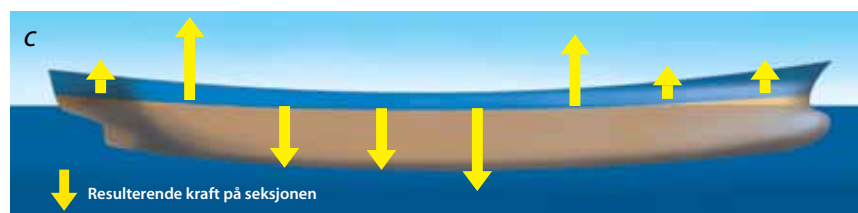
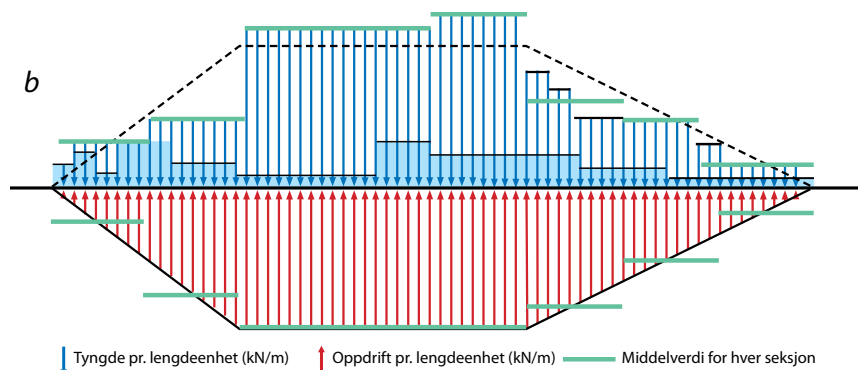
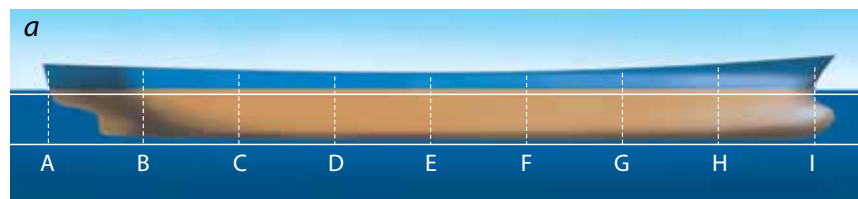
### c. Resulterende krefter på skrogbjelken og deformasjoner av denne.

Resulterende krefter pr. lengdeenhet framkommer som differensen mellom de grønne middellinjene for tyngder og oppdrift som virker på de enkelte seksjonene. Resultantene er tegnet inn med gult med valgt plassering i skrogets vannlinjeplan. Kraftene deformerer skrogbjelken, som vist overdrevet.

**Belastninger og deformasjoner ved sagging i stille vann, altså når det lastes for mye midtskips og for lite forut og akterut.**

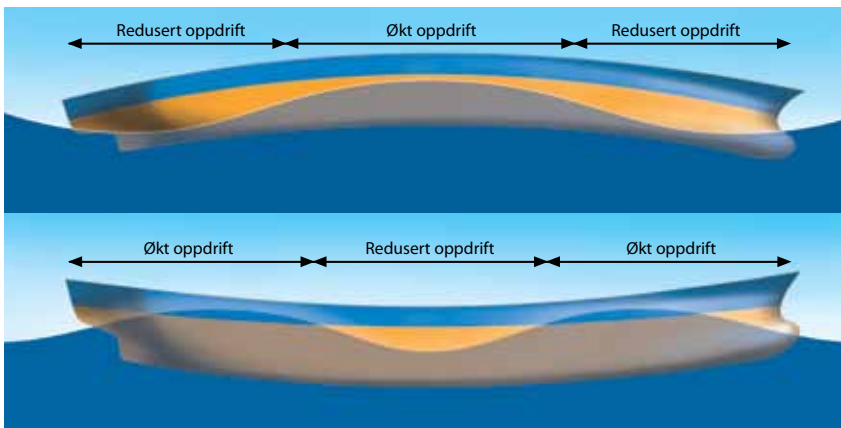
## Sagging

Den motsatte situasjon av hogging kalles for sagging, og denne skyldes altså for mye last midtskips. Skrogbjelken "siger" da ned på midten, som forklart og illustrert i figurene nedenfor.



## Hogging og sagging på bølger

Når et skip beveger seg gjennom en bølge, vil bølgenes form virke inn på skipets oppdrift. Dette skyldes at bølger har topper og bunner, og disse må nødvendigvis også passere skipet. Det er enkelt å innse at en bølge i en posisjon som vist på figuren nedenfor, vil øke oppdriften midtskips og redusere oppdriften på forskipet og akterskipet. Dermed vil skipets hogging bli størst når bølgen er omtrent i den viste posisjon. Tilsvarende vil en bølge som gir en bølgebunn midtskips og bølgetopper ved for- og akterskip, resultere i sagging, se figur. Også den bølgedannelse som skipet selv forårsaker, vil interferere med de bølger det møter og dermed virke inn på hogging og sagging. Det vil imidlertid føre for langt å gå nærmere inn på bølgelaster i denne boka.

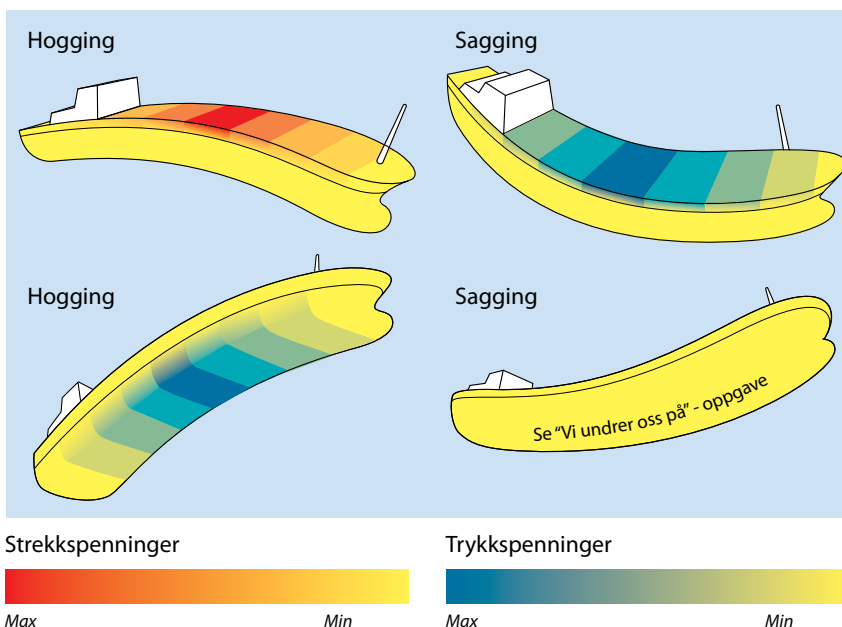


*Eksempler på at hogging og sagging også kan forårsakes av bølger selv om oppdrift og tyngdebelastninger i stille vann balanserer med hverandre.*

## Spenninger i skrogbjelken ved hogging og sagging

Foran er vist eksempler på hvordan resulterende krefter fordeler seg langs skrogbjelken ved hogging og sagging. Disse ytre kreftene utsetter skroget for indre bøyemomenter og skjærkrefter og gir dermed både deformasjoner og spenninger. Nedenfor er det forsøkt å vise hvordan bøyespenningene virker på skroget. Disse fordeler seg etter den viktige ligningen  $\sigma_b = M_b \cdot z/l$ , som er gitt på side 3-9. Her er  $l$  arealtregghetsmomentet for det skrogsnittet som skal kontrolleres, og  $z$  er avstanden fra nøytralaksen.

*Spenningsfordelinger i skrogbjelken ved hogging og sagging. Sammenlign med bøyemomentkurven på sidene 5-18 og 5-19.*



### Vi undrer oss på

Nederst til høyre i de fire figurene ovenfor er spenningsene ikke blitt illustrert ved hjelp av farger. Fullfør tegningen med riktige fargenyanser.

# Sammenbrudd av skipsskrog – eksempler



*Sprekkdannelse på grunn av for store strekkspenninger kan enkelt demonstreres ved hjelp av et viskelær. På undersiden dannes det "buler". Dette kan i skipskonstruksjoner opptre før sprekkdannelsene kommer.*

## **Sammenbrudd på grunn av for stor hogging**

*Sammenbrudd av tankskipet "Energy Concentraion" i Rotterdam havn. Her begynte sammenbruddet ved at trykkspenningene i bunnplatene ble for store, slik at disse ble utsatt for knekking (buling).*

## **Konstruksjonsbrudd**

Gjennom historien har det skjedd en rekke episoder hvor skip har brukket i to, enten ved kai under lasting/lossing eller i rom sjø. Slike ulykker er selvsagt svært alvorlige.

**Årsaker til sammenbrudd.** Ulykkene kommer stort sett av at man ikke har full oversikt over de globale kreftene som virker på skipet. Konstruksjonsbrudd ved kai skjer for eksempel ved at man under lasting eller lossing har latt det utvikle seg store skjevfordelinger av lasten i forhold til oppdriften. Dette kan gi hogging eller sagging i altfor stor grad. Som vi har sett foran, vil hogging medføre strekkspenninger i den øvre delen av skrogbjelken, som i praksis vil si dekket. Ved sagging er det bunnkonstruksjonen som utsettes for de største strekkspenningene.

Bli strekkspenningene for store, kan det oppstå sprekker i materialet. Dermed svekkes konstruksjonen, og situasjonen forverres. Både spenningene og sprekkdannelsene øker ytterligere, og en slik "ond sirkel" kan fort føre til fullstendig sammenbrudd.

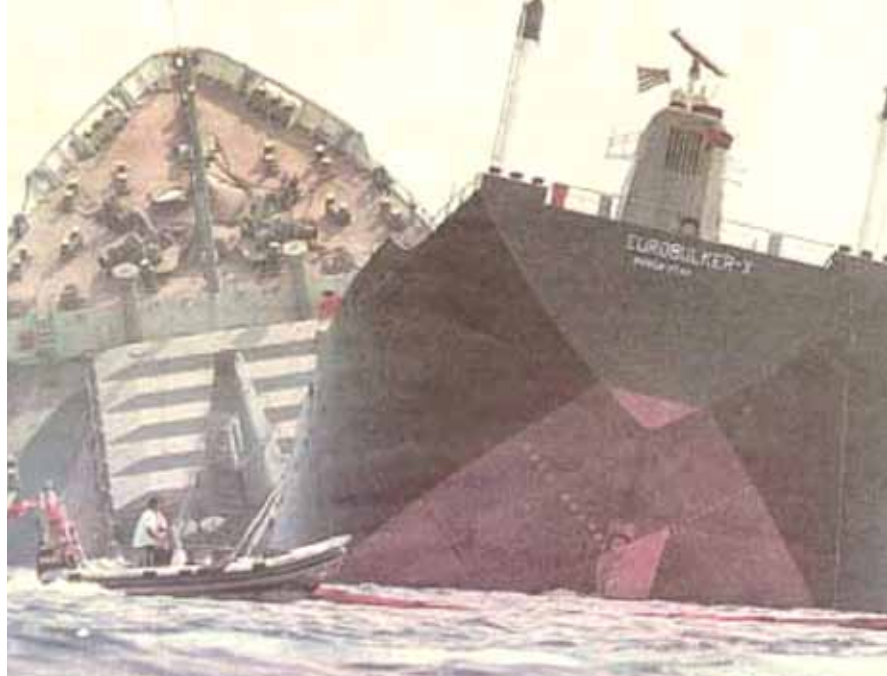
En slik prosess kan enkelt demonstreres ved hjelp av et viskelær. Dersom viskelæret bøyes kraftig, vil du se at den overflaten som utsettes for strekkspenninger, etter hvert får økende sprekkdannelse og at disse til slutt fører til sammenbrudd. Det samme kan altså hende med en skrogbjelke. Siden denne er mye stivere enn et viskelær, vil imidlertid sprekkdannelsene eventuelt begynne å opptre allerede ved deformasjoner som er så små at de ikke kan sees med det blotte øye. Brudd ved hurtig forplantning av sprekker utløst av store strekkspenninger forhindres særlig ved å bruke stål med tilstrekkelig stor duktilitet (seighet) og vil normalt være godt kontrollert i dagens skip. Fra den tiden man gikk over fra klinkede til sveisede skip, har man flere eksempler på strekkbrudd på grunn av for dårlig materialkvalitet. Velkjente eksempler er de såkalte Liberty-skip i den 2. verdenskrig, som brakk i to i kaldt, men stille vær.

## **Eksempler på konstruksjonsbrudd ved hogging og sagging under stille vannsbelastninger**

Etter det som er beskrevet ovenfor, er det selvsagt av største viktighet at ledelsen om bord på et skip løpende kontrollerer at skipet lastes eller losses på en korrekt måte. Dette ble for eksempel ikke gjort med et tankskip som brakk i to under lossing av olje, se bilde nedenfor.







Det finnes også flere eksempler på tilsvarende ulykker hvor feil lastning eller lossing har gitt altfor stor *sagging* av skipsskrogene. Et eksempel på dette er vist ovenfor til høyre.

### Kontroll av skrogbjelkens styrke

Slike beregninger utføres etter retningslinjer som er utarbeidet av såkalte classeselskaper. Ethvert skip må godkjennes av et classeselskap, som kontrollerer alle planlegginger og forhåndsregninger av skipet følger opp byggeprosessen og foretar ettersyn så lenge skipet er operativt. Et eksempel på et slikt selskap er Det Norske Veritas (DNV), som er et av verdens største.

Retningslinjene forutsetter at styrkeberegningene skal foregå i to hovedtrinn.

- **I det første trinnet må det fastlegges hvilket bøyemoment og hvilken skjærkraft som skal legges til grunn for dimensjoneringen av skrogbjelken.** Her oppgir DNVs regler diverse minimumskrav for stillevannsbelastninger, se neste side (grønn graf), og videre må man også legge til skjærkraft og bøyemoment på grunn av skipets gange i sjø. Forholdet mellom stillevannsbelastninger og bølgebelastninger kan variere fra skip til skip, men som en tommelfingerregel kan en si at bølgebelastningene står for ca. 60% av de totale belastningene. Det vises for øvrig til neste side.
- **I trinn to beregnes bøyespenninger og skjærspenninger.** For begge disse spenningene oppgir DNVs regler øvre grenser, som altså ikke kan overskrides. Bøyespenningen baseres da på ligningen som er oppgitt på side 6-10. Denne krever beregning av arealtreghetsmoment og motstandsmoment for aktuelle skrog—bjelketverrsnitt, noe som blir for komplisert å ta opp i denne boka. Det henvises imidlertid til en meget forenklet oppgave 6.13. Dersom bøyespenningene er for store, er arealtreghetsmomentet for lite. Da må platetykkelsene i skipets dekk og bunn økes. Skjærspenningene vil derimot generelt være størst i skipets side eller langskipsskott og påvirkes særlig mye av platetykkelsen. Det kan derfor bli nødvendig å øke platetykkelsen i side eller langskipsskott for å redusere skjærspenningene til akseptabelt nivå.

*Øverst til høyre: Sammenbrudd pga. altfor stor sagging i bulkskipet "Eurobulker 1" i Athen havn. Årsaken var ujevn fordeling som oppsto under lastning av flere tusen tonn sement. Her var det dekkplatene som ble utsatt for knekkning (buling) pga. for store trykkspenninger.*



### Vi undrer oss på

Hvordan kan vi mer detaljert beskrive den feil som ble begått under lossingen av det tankskipet som er avbildet på side 6-16.

# Bøyemomenter og skjærkrefter ved hogging og sagging

## a. Fordelte belastninger (kN/m) fra oppdrift og tyngder på samme skip som vist på side 3-17.

Skipet har en lengde  $L_{pp} = 240$  m og volumdeplasement  $\nabla = 97600$  m<sup>3</sup>, altså  $\Delta = 980 \cdot 10^3$  kN. Skipet er delt opp i 8 seksjoner à 30 m. Skalaen for oppdriftsarealet finnes ved å måle trapeset i mm<sup>2</sup> og sette dette lik tyngdedeplasementet i kN (se oppg. 5.9). Dermed har også arealet for tyngdebelastningene den samme skalaen.

**b. Resulterende totalbelastning pr. seksjon (kN/seksjon)**  
I figur a er det lagt inn middellinjer (grønne) som markerer middelverdiene pr. seksjon av de fordelte belastningene (kN/m) fra oppdrift og tyngder som virker på seksjonen. Ved utmåling og subtraksjon av arealene under disse middellinjene kan resulterende belastning pr. seksjon fastlegges (se oppg. 6.11). Størrelse og retning av resultatene er markert med gule piler og angitt med tallverdier.

**c. Resulterende, fordelt belastning for hver seksjon (kN/m)**  
Resultantene fordeles jevnt langs hver enkelt seksjon ved å dividere med seksjonslengden ( $240\text{m}/8 = 30$  m). Slike jevnt fordelte belastninger symboliseres gjerne med  $q$ .

**d. Bøyemomentkurve og skjærkraftkurve for skroget**  
Basert på de resulterende, fordelte belastninger kan bøyemomenter og skjærkreftene beregnes for diverse snitt langs skrogbjelken og kurven fastlegges. Beregningene gjøres som vist på sidene 6 - 6/7 og i eksempel 11. Veritaskravene er lagt inn med rødt og dimensjonerende belastning med grønt.

## c. Resulterende, fordelt belastning for hver seksjon (kN/m)

Resultantene fordeles jevnt langs hver enkelt seksjon ved å dividere med seksjonslengden ( $240\text{m}/8 = 30$  m). Slike jevnt fordelte belastninger symboliseres gjerne med  $q$ .

## d. Bøyemomentkurve og skjærkraftkurve for skroget

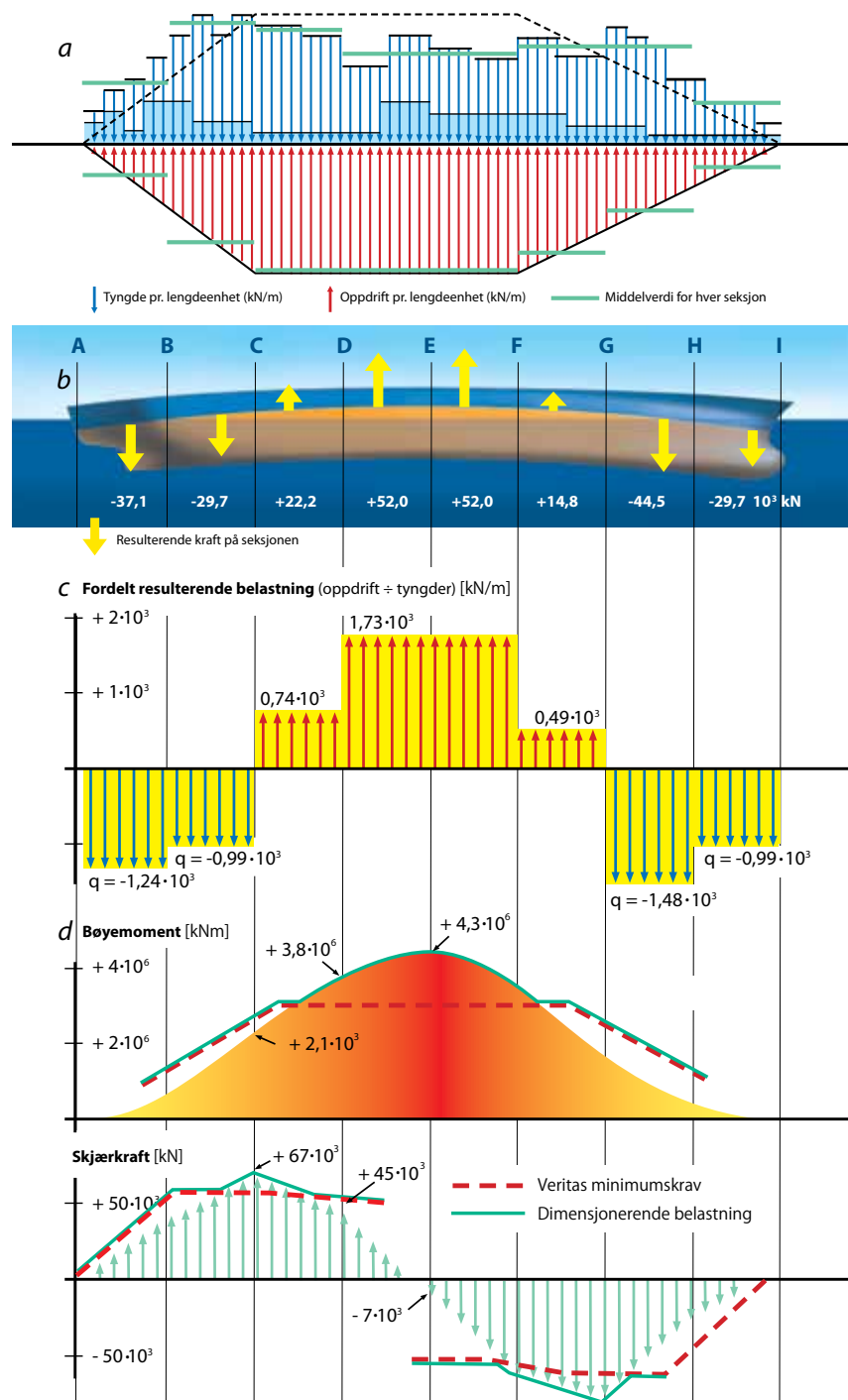
Basert på de resulterende, fordelte belastninger kan bøyemomenter og skjærkreftene beregnes for diverse snitt langs skrogbjelken og kurven fastlegges. Beregningene gjøres som vist på sidene 6 - 6/7 og i eksempel 11. Veritaskravene er lagt inn med rødt og dimensjonerende belastning med grønt.

## Bestemmelse av bøyemoment- og skjærkraftkurver for en 240 m lang skrogbjelke under hogging i stille vann

Beregningene gjennomføres på det samme skipet som foran ble brukt til å forklare fenomenene hogging og sagging. Det forutsettes at skipet har et volumdeplasement lik **97 600 m<sup>3</sup>** (massedeplasement 100 000 tonn), en lengde på **240 m** og er delt opp i **8 seksjoner**.

## Beregning av bøyemomenter og skjærkrefter ved hogging

**Framgangsmåte.** Denne framgår av figurene nedenfor og figurtekstene. Det vises også til eksempel 6.11 og til oppgave 6.11.

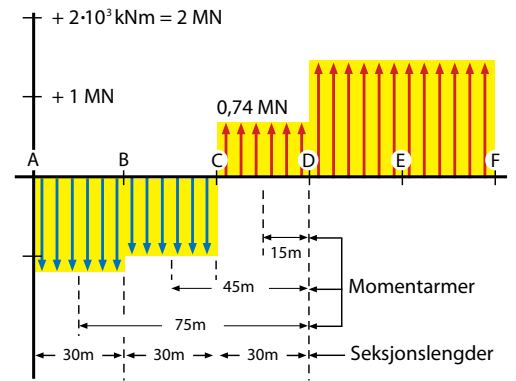
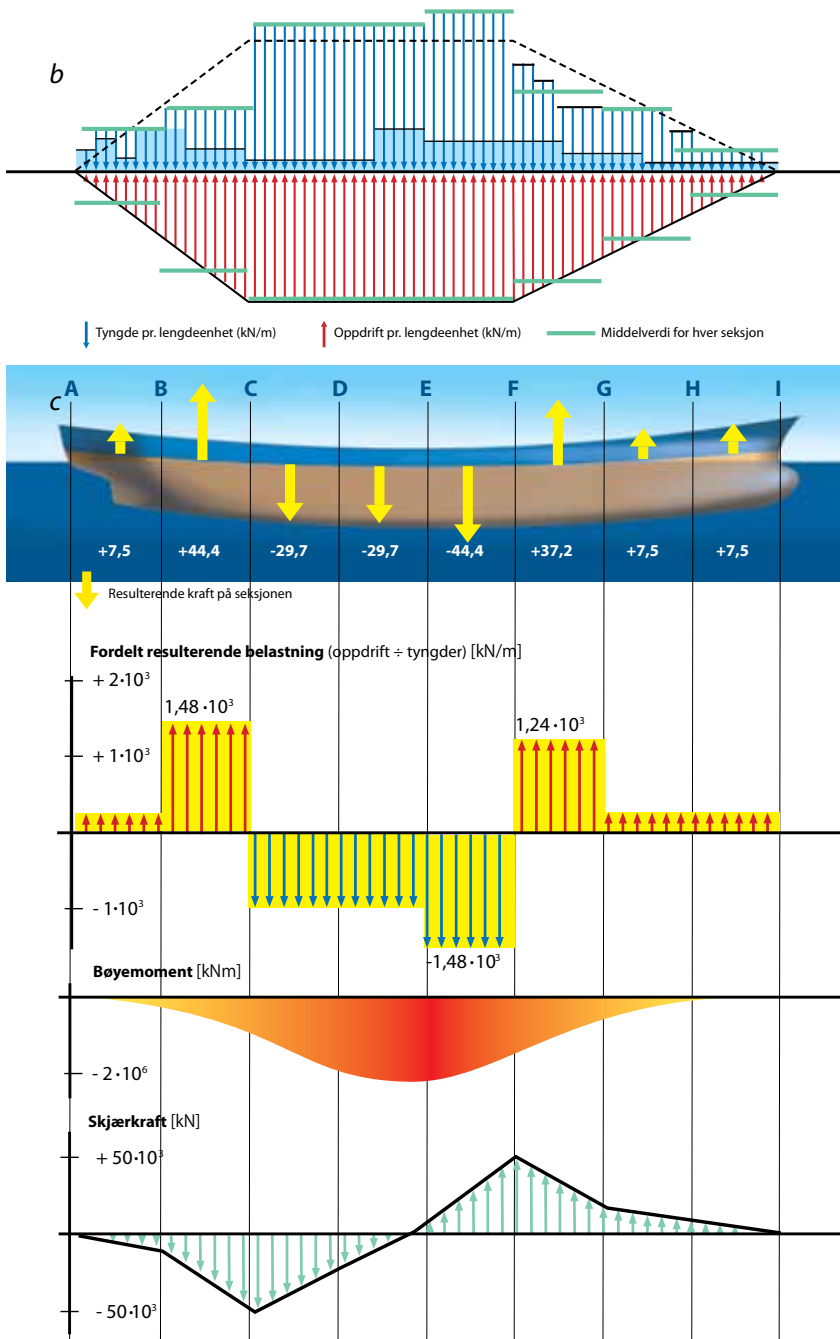


**Eksempel 6.11. Beregning av bøyemoment og skjærkraft i et skrogbjelkesnitt under hog-belastning i stille vann.** Snittet skal legges ved høyre ende av seksjon nr. 3 (snitt D). Det skal baseres på de resulterende, fordelte belastninger som framgår av figur c på forrige side. *Løsning:* Det vises til generell metode beskrevet på sidene 6 - 6/7 og til figurtekst til høyre. Virkelig opptredende, *indre* bøyemoment må altså være  $+3,8 \cdot 10^6$  kNm i snitt D når skrogbjelken er i likevekt (inntegnet i figur side 6-18).

Sum ytre krefter som virker på frilagt skrogdel til venstre for snitt D blir  $-45$  MN. Virkelig *indre* kraft, altså skjærkraft, må dermed være  $+45 \cdot 10^3$  kN som påvirker skrogdelen i snitt D. Innen hver seksjon varierer skjærkreftene lineært, slik det framgår av figur nederst på forrige side.

**Bøyemomenter og skjærkrefter ved sagging**

Framgangsmåten er som foran og kommenteres ikke mer.



**Figur til eksempel 6.11, utsnitt av figur nederst på forrige side**

Ytre bøyemoment om snitt D:  
 $-1,24 \text{ MN/m} \cdot 30 \text{ m} \cdot 75 \text{ m} = -2,8 \text{ GNm}$   
 $-0,99 \text{ MN/m} \cdot 30 \text{ m} \cdot 45 \text{ m} = -1,3 \text{ GNm}$   
 $+0,74 \text{ MN/m} \cdot 30 \text{ m} \cdot 15 \text{ m} = +0,3 \text{ GNm}$   
 Totalt:  $-3,8 \text{ GNm}$

De to første momentene og summen er negative (dreier mot urviseren).

Ytre krefter som påvirker frilagt skrogdel til venstre for snitt:

- A: 0
- B:  $0 - 1,24 \text{ MN/m} \cdot 30 \text{ m} = -37 \text{ MN}$
- C:  $-37 \text{ MN} - 0,99 \text{ MN/m} \cdot 30 \text{ m} = -67 \text{ MN}$
- D:  $-67 \text{ MN} + 0,74 \text{ MN/m} \cdot 30 \text{ m} = -45 \text{ MN}$

Det er brukt følgende prefikser:

- kiloNewton:  $\text{kN} = 10^3 \text{ N}$
- MegaNewton:  $\text{MN} = 10^6 \text{ N}$
- GigaNewton:  $\text{GN} = 10^9 \text{ N}$

**Bestemmelse av bøyemoment- og skjærkraftkurver for en skrogbjelke under sagging i stille vann**

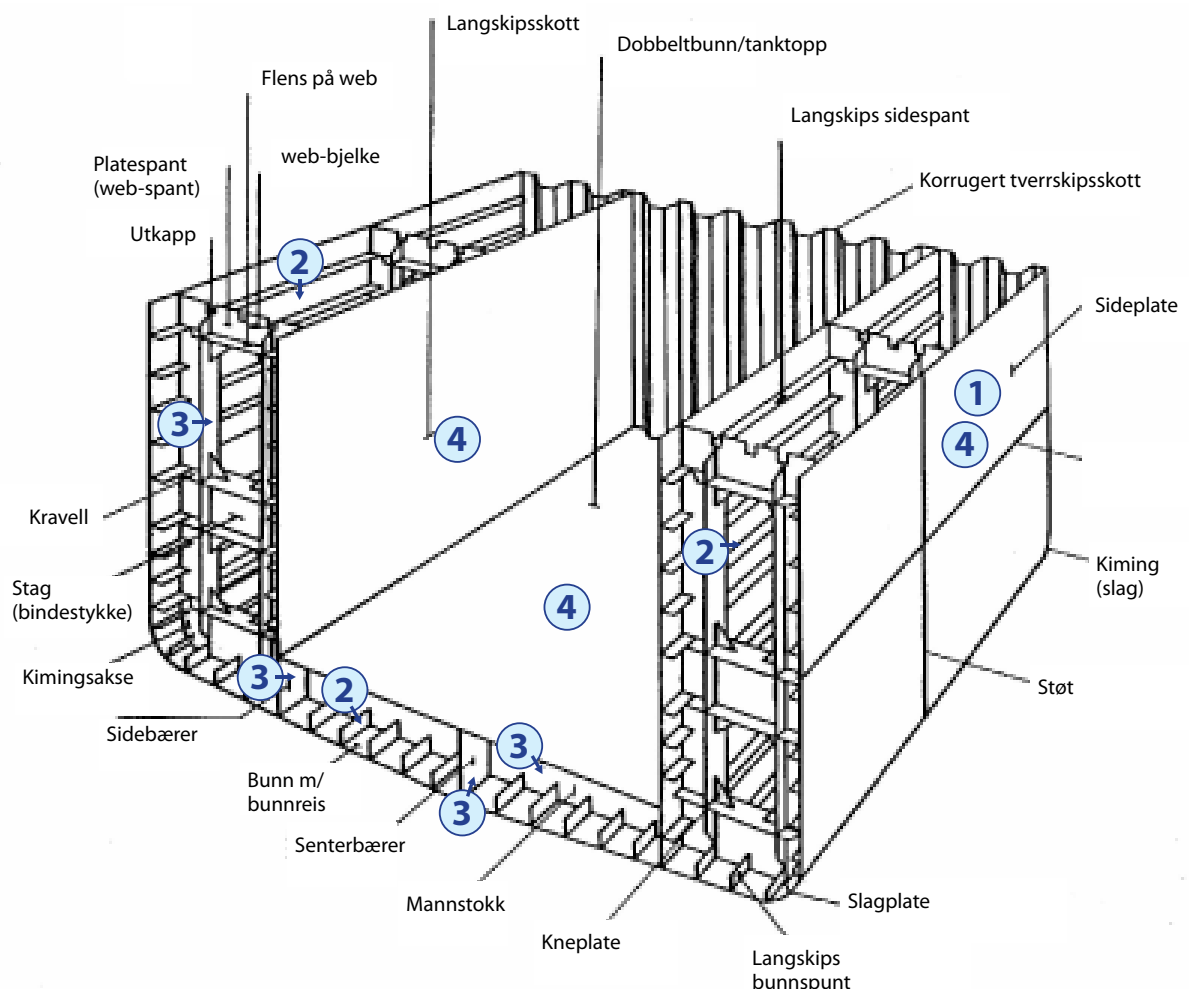
Det forutsettes samme skip som behandlet på forrige side, og det vises til den figurteksten.

# Skipets konstruksjonsmessige oppbygning

Et skip består av en rekke konstruksjonselementer som satt sammen utgjør den fantastiske konstruksjonen som et skip er. Vi skal her forsøke å gi en fysisk forklaring på tankegangen som ligger bak oppbygningen av et skip. Se figur nedenfor.

De ytre kreftene på skipet tas opp og fordeler seg i de ulike konstruksjonselementene. I et tankskip kan disse hovedsakelig deles inn i fem nivåer:

- 1 Plater:** Finnes i bunnen, på dekket, på skipets sider og i skottene. Platens tykkelse varierer med hvor de benyttes, det vil si med hvilke påkjenninger de utsettes for. Platetykkelsen vil være særlig stor der det er store langskips bøyespenninger og/eller stort trykk fra sjø eller nyttelast. Dette vil gjelde skipets dekk og bunn.
- 2 Stivere:** Finnes i bunnen, på dekket, på skipets sider og i skottene.
- 3 Bærere:** Finnes i tverrskipsrammer og i langskips bærere.
- 4 Paneler:** Paneler er en betegnelse på plater som er avstivet med stivere og bærere. Skipssidene og langskipsskottene, dekk og bunn, kan oppfattes som paneler.
- 5 Skrogbjelken:** Skipet som helhet - alle konstruksjonselementene satt sammen til en helhet.





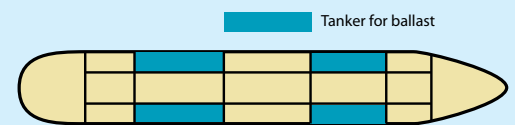
Bilde fra bygging av tankskip.

Platene i skipsbunnen må oppta differansen mellom ytre vanntrykk og eventuelt trykk fra lasten. Platene i skipsbunnen er ikke alene i stand til å oppta dette trykket, som kan bli svært stort dersom skipet stikker dypt. De må derfor avstives. Avstivingen skjer ved at det blir sveiset fast stivere ②. Stiverne kan gå både på langs og på tvers. Langsgående stivere er mest vanlig for store skip (se figur forrige side), mens tverrgående stivere helst benyttes på mindre skip. Disse stiverne vil fungere som opplager for platene. På store lengder vil vanntrykket også bli for stort for denne konstruksjonen, som dermed må stives opp ytterligere med bærere ③. Bærerne går da på tvers av stiverretningen. Det kan være behov for både langsgående og tverrgående bærere på spesielt store skip, som for eksempel på tankeren vist i figur på forrige side. Bærerne er opplagret på skipets langsgående paneler (skipssider og langskipsskott) og på tverrskips skott/paneler.

Vi kan dermed snakke om en kraftgang som beskriver hvordan trykkdifferansen som vi startet med, gir belastninger i alle de ulike konstruksjonselementene. Kraftgangen blir som følgende:

Plater → Stivere → Bærere → Paneler → Skrogbjelken

I denne boka har vi bare hatt plass til å se litt på bøye- og skjærbelastninger på siste nivå, nemlig i skrogbjelken. De øvrige konstruksjonselementene blir også utsatt for skjær- og bøyespenninger og må beregnes. Hver liten stålbit kan delta i kraftgangen på alle nivåer. Den totale spenningen blir summen av alle spenningene på de ulike nivåene. Antall beregninger blir formidabelt. De må gjennomregnes både for hogging og sagging. Dessuten kreves det omfattende beregninger av stabilitet.



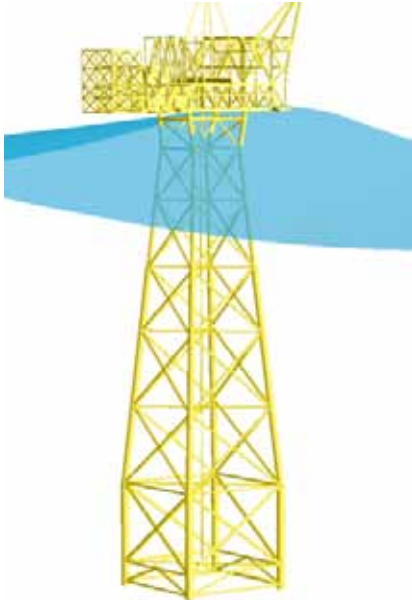
Typisk tankinndeling for en oljetanker. Det stilles krav både til antall tanker, maksimalstørrelse per tank og separate ballasttanker. Dessuten kreves det i dag både doble sider og dobbel bunn i tankskip.



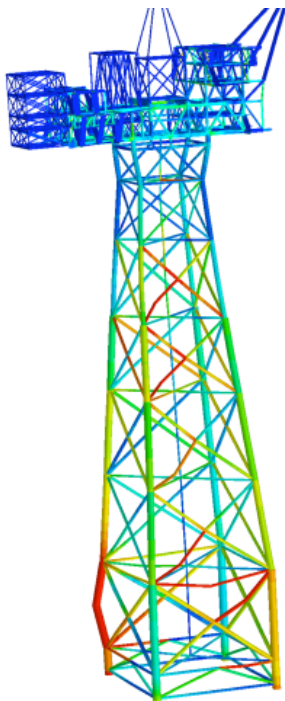
### Vi undrer oss på:

Hvorfor er det viktig at et skip ikke har for store tanker? Har dette noe å si også for skipets stabilitet?

# Statikk for fagverkskonstruksjoner



**Fagverksplattform (Kvitebjørn), havdybde 190 m.**



**Datamodell av plattformen Kvitebjørn. Et av beina har blitt utsatt for knekkning.**

## Anvendelser av fagverk

Vi har sett at skipet må kunne motstå belastningene i form av skjærkrefter og bøyemoment på skrogbjelken. Som vist på side 5-20, er skroget formet som en „kasse“ med sider, dekk, bunn og langskips-skott. Det er disse som må ta de globale belastningene.

I prinsippet kunne man tenke seg skrogbjelken bestående av et system av staver, som vist i figur til venstre. Et slikt system av staver kalles fagverk. For en skrogbjelke er imidlertid et fagverk ingen mulig skipskonstruksjon da skipet trenger tette sider og bunn for å motstå sjøtrykk og for å få oppdrift og dermed flyteevne.

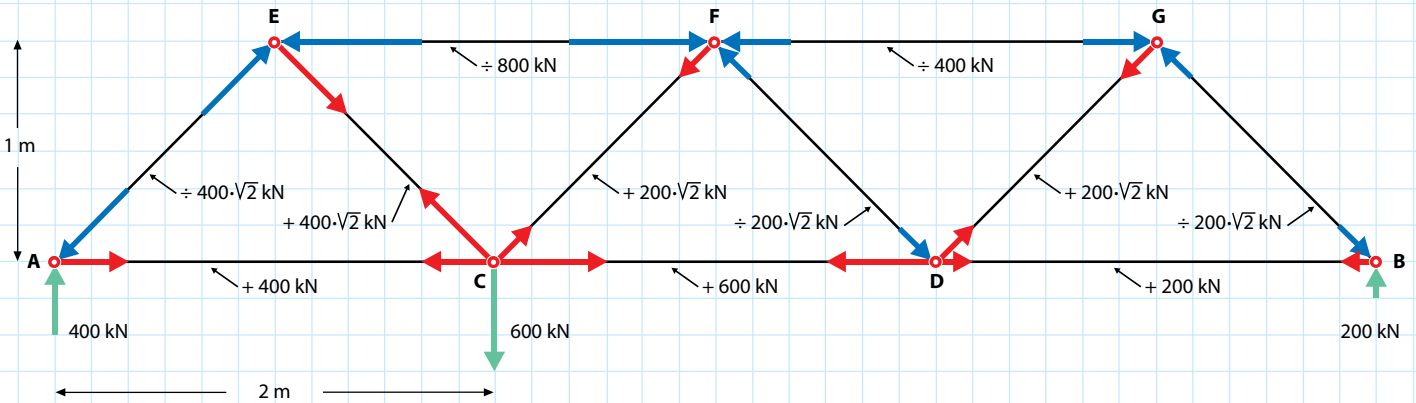
Hvis oppdrift ikke er nødvendig, er fagverk en meget effektiv måte å bygge bærende konstruksjoner på, og det benyttes mye i praksis. En velkjent fagverkskonstruksjon er Eiffeltårnet i Paris. Andre eksempler er vei- og jernbanebroer, samt offshore fagverksplattformer. Det siste er den desidert mest vanlige plattformtypen for utvinning av olje. Ekofisk, som er det første store feltet som ble utbygget på den norske kontinentalsokkelen (tidlig 1970-tallet), består for det meste av fagverksplattformer. Figurene til venstre viser en datamodell av plattformen Kvitebjørn. Den nederste figuren viser en datasimulering av hvordan en stav i bunnen av plattformen kan knekke på grunn av trykkraft ved ekstremt store bølgebelastninger.

## Hva er et fagverk?

Et fagverk er en konstruksjon hvor bærevirkningen i hovedsak skjer via strekk- og trykkrefter i de enkelte staver som utgjør konstruksjonen. Selv om fagverkskonstruksjoner kan bli svært store og tilsynelatende kompliserte, er det ofte enkelt å bestemme kreftene ved hjelp av likevektsbetraktninger i knutepunktene. Et knutepunkt er et sted hvor to eller flere staver møtes. Som et eksempel kan vi se på den enkle broplanken som gutten går på i eksempel 6, side 6-5. I stedet for å la broen være en planke kan den utformes som et fagverk. Dette fagverket vil nødvendigvis ha samme reaksjonskrefter som vist i eksempel 2.6 og vil også måtte bære de samme globale bøyemomenter og skjærkrefter som broplanken.

## Styrkeberegning av fagverk

Kreftene i fagverket bestemmes ved å forutsette likevekt i alle knutepunkt. Kreftene beregnes suksessivt. Dette forklares best gjennom et eksempel, se neste side.



**Eksempel 6.12. Beregning av stavkrefter i fagverk.** Fagverket på figuren utsettes for en kraft lik 600 kN, plassert som vist. Denne belastningen gir opplagerkrefter på 400 og 200 kN. Beregn alle krefter som stavenes gir på knutepunktene A og B.

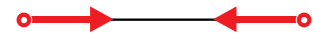
**Løsning:** Vi kan for eksempel starte med knutepunkt A. Likevekt i knutepunktet i vertikal retning tilsier at stav AE må ta en trykkraft på  $400\sqrt{2}$  kN. Likevekt i horisontal retning betyr at stav AC må ha en strekkraft på 400 kN.

Vi ser så på knutepunkt E: Fra vertikal likevekt får vi at stav EC må ha en strekkraft på  $400\sqrt{2}$  kN, mens horisontal likevekt gir en trykkraft i stav EF 800 kN.

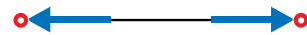
Slik kan vi fortsette gjennom alle knutepunktene. Dette forutsettes gjennomført i oppgave 6.14. Kraftene er vist i figur. Rød farge angir krefter som kommer fra staver som utsettes for strekk, mens blå farge angir krefter fra trykkstaver. Det er skråstavene som overfører skjærkraftene til opplagene A og B. Vi ser at algebraisk sum av vertikal-komponentene av skråstavkraften er 400 kN til venstre for C og 200 til høyre for C, akkurat som det enkle skjærkraftdiagrammet på side 5-6 angir.

Det maksimale bøyemomentet kan vi finne ved å legge et vertikalsnitt gjennom C. Den eneste staven som gir moment om punkt C er staven EF. Armen er på 1 m, slik at momentet fra stavkraften på knutepunkt E blir  $800 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} = 800 \text{ kNm}$ , akkurat som den enkle bjelkebetragtningen på side 6-6 gir.

I fagverket er det i hovedsak de øvre og nedre horisontale stavenes (ofte benevnt som over- og undergurten) som bærer det globale momentet, mens skråstavene bærer den globale skjærkraften.



*Strekkstav, utsetter knutepunktene for krefter med retning ut fra punktene. Like store i begge retninger. Størrelsen angis med positive tall.*



*Trykkstav, utsetter knutepunktene for krefter med retning inn mot punktene. Like store i begge retninger. Størrelsen angis med negative tall.*



Ytre krefter

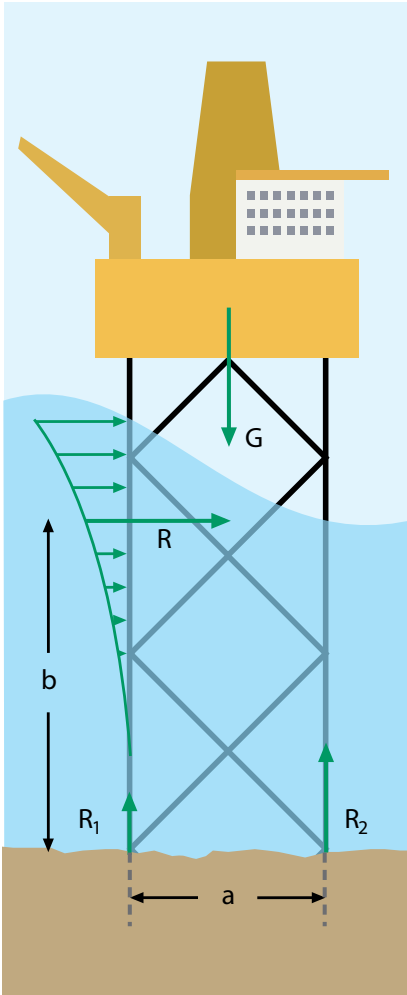
**Fagverk, med beregning av stavkrefter.**



**Vi undrer oss på:**

*Hvordan kan rutenettet og dekomponering av kreftene i x- og y-retning brukes til å bekrefte størrelsen på de stavkrefter som virker på knutepunkt C?*

# Fagverksplattformer for petroleumsutvinning til havs



Med god tilnærming gjelder:

$$R_1 = 0,5 \cdot G + R \cdot b/a$$

$$R_2 = 0,5 \cdot G + R \cdot b/a$$

Plattformene festes til sjøbunnen med peler (rørelementer) som drives typisk 40 - 80 m ned i grunnen, avhengig av dens beskaffenhet. Det er selvfølgelig viktig å kontrollere at pel og jord sammen kan motstå reaksjonskreftene ved sjøbunnen, som vist i figuren over.

**En side av en fagverksplattform for petroleumsutvinning til havs**

Begrepet "havkonstruksjoner" omfatter egentlig alle typer innretninger som står på bunnen eller opererer flytende i havet. Ut fra en slik definisjon er også et skip en marin konstruksjon. Men i dagligtale benyttes gjerne begrepet "havkonstruksjoner" om innretninger som ikke er skip. Disse omfatter en vrimmel av ulike konstruksjoner, som for eksempel bunnplasserte fagverksplattformer eller halvt ned-senkede plattformer for petroleumsutvinningen til havs, faste eller flytende bølgekraftverk, faste eller flytende vindkraftverk, osv. Vi kommer tilbake til forskjellige plattformtyper i kapitlet om offshore petroleumsutvinning, men skal nedenfor nøye oss med å se litt mer på en fagverksplattform.

## Fagverksplattform for offshore petroleumsutvinning

Hvis vi orienterer den foran viste fagverkskonstruksjonen vertikalt, har vi en fagverksplattform for utvinning av petroleum, se figur til venstre. Belastninger (R) fra bølger og strøm (og i noen grad vind) prøver å velte plattformen, som har en tyngde G

Bølgebelastningene er desidert størst i havoverflaten, men avtar raskt med dybden. De kan representeres ved deres resulterende kraft (R). Denne kraften må føres ned gjennom fagverket til havbunnen som global skjærkraft. I tillegg gir kraften et globalt moment som prøver å velte plattformen. Tyngden gir imidlertid et opprettende moment. Akkurat som for brofagverket på forrige side er det de ytre stavene – plattformens ben – som bærer momentene, mens skråstavene tar den globale skjærkraften.

Figuren viser et sideplan på en fagverksplattform. Sum av momenter om punkt C og sum av vertikalkrefter må være lik null, vi kan sette:

$$R_1 \cdot a/2 - R_2 \cdot a/2 + R \cdot b = 0$$

$$R_1 + R_2 - G = 0$$

Dette gir reaksjonskrefter  $R_1 + R_2$  som vist på figuren

I motsetning til skipsskrog setter ikke myndighetenes regler for plattformer noen krav til global skjærkraft og moment. Det kritiske er her at plattformens ben eller skråstaver i trykk kan knekke ut under ekstreme bølgeaster. En slik knekking er illustrert i den datagenererte analysemodellen av Kvitebjørn på side 6-22. Regelverkene har formler for hvor mye en trykkstav kan tåle før den knekker, avhengig av dimensjonene på staven (lengde, diameter, godstykkelse) og materiale (flytespenning). En må dermed sørge for at det brukes stavdimensjoner som gjør at stavenes motstand mot knekking er større enn de beregnede stavkrefter.



## Kollisjoner mellom skip og havkonstruksjoner

En plattform kan bli utsatt for ulykker, som for eksempel at et fartøy kolliderer med den eller at det oppstår brann eller eksplosjoner om bord. Myndighetene krever at sannsynligheten for ulykkeshendelser skal gjøres så liten som mulig. Det er imidlertid umulig å eliminere risikoen for ulykker fullstendig. Vi skal snart se på hvordan man prøver å redusere sannsynligheten for kollisjon når man dimensjonerer plattformer, men først skal vi ta for oss et par ulykker.

**Ubåtkollisjon på Osebergplattformen.** Osebergfeltet ligger omtrent rett vest for Bergen. Første trinn i utbyggingen besto av Oseberg A, en betongplattform for boligkvarter og prosessanlegg, og Oseberg B, en fagverksplattform for boring og produksjon. I 1988 ble fagverksplattformen truffet av en tysk ubåt under en marinemanøver. Ubåten ble ikke alvorlig skadet, men forvirringen var stor om bord da ubåten ble fanget inne i plattformens fagverkskonstruksjon. Ulykken førte ikke til utslipp eller brann på plattformen og heller ikke til skader på mennesker. Et av plattformens staver ble imidlertid så skadet at den måtte skiftes. Det er to poeng ved denne hendelsen som gjør at den trekkes fram her.

- **Plattformen skal dimensjoneres ut fra analyser av risiko for ulykker.**

I moderne regelverk står det at en i prinsippet skal foreta risikoanalyser der en så godt som mulig kartlegger sannsynligheten for slike hendelser og dimensjonerer konstruksjonen mot krefter som kan forventes å opptre hyppigere enn et gitt nivå. Skipskollisjoner er en typisk ulykkeslast, og alle plattformer på norsk sokkel er derfor beregnet for å tåle kollisjoner med et visst energiinnhold.

- **Regelverk sikrer at plattformer skal tåle visse ulykker.**

Myndighetenes regler er slik at lokal skade kan aksepteres, men at skaden skal være reparert og at den ikke skal føre til totalhavari. Konstruksjonen skal være så robust at den har en viss styrke til å motstå store stormer selv i skadet tilstand. Dette er regelformuleringer som kom etter erfaringene fra Alexander Kielland- forliset (se side 6-27). Oseberg-plattformen ble riktignok skadet ved kollisjonen, men plattformen var aldri truet av totalhavari, og skaden var reparert. Selv om plattformen ikke eksplisitt var dimensjonert mot kollisjoner med ubåter, var det generelle kravet om robusthet godt nok til å fange opp denne hendelsen.

**Kollisjon mellom plattformen West Venture og forsyningskipet Far Symphony i 2003.** Skadene som oppsto, framgår av bilder til høyre. Vi ser at baugen på forsyningskipet har fått en betydelig sammenstrykking, mens plattformen har små skader (ca. 10 cm inntrykking av søylen ved den stiplede sirkelen):



# Alexander Kielland-katastrofen (Nordsjøtragedien 1980)



Foto: Helge Sunde / Samfoto

*Katastrofen er et faktum. Det "umulige" har skjedd, "Alexander Kielland" har kantret, og kun bunnen av de fire gjenværende pontongene minner om de 123 som døde i bølgene.*

Torsdag den 27. mars 1980 inntraff den verste ulykken som har rammet norsk oljevirksomhet. Boligplattformen Alexander L. Kielland på Ekofiskfeltet havarerte og 123 mennesker omkom. Katastrofen var et sjokk for alle som hadde sin arbeidsplass i Nordsjøen, og ble en dramatisk vekker for fagmiljøet som hadde ansvaret for oljeinstallasjonenes sikkerhet.



Foto: Helge Sunde / Samfoto

## Årsaksrekke (kort skissert)

1. På ett av de horisontale stavene i undervannskonstruksjonen var det en svakhet som førte til at en utmattingssprekk startet.
2. Denne utmattingssprekken vokste uten at den ble oppdaget.
3. Sprekken ble så stor at stavens tverrsnitt ble vesentlig svekket og til slutt ble revet av som følge av belastningene.
4. Da denne staven røyk, hadde resten av konstruksjonen som holdt beinet, så liten styrke at bølgekreftene rev av dette beinet.
5. Da plattformen mistet et bein, tapte den stabilitet og fikk kraftig slagside.
6. I denne tilstanden kom deler av dekket under vann. Rask vannfylling av store volumer førte til at plattformen kantret helt.
7. Den hurtige kantringen gjorde normal evakuering umulig. Bare et fåtall av mannskapet rakk å gå i livbåtene. De fleste havnet i sjøen uten flytevest eller overlevelsedrakt, eller kom seg ikke ut av boligkvarteret. 123 mennesker omkom.

### Svakhet på staget. "Liten tue kan velte stort lass"

Utgangspunktet for utmattingssprekken i stav D-6 (se figur) var en hydrofon som var festet under denne staven. Denne figuren viser også et ekstra hull like ved hydrofonen. Hensikten med det ekstra hullet er å sørge for at staget er vannfylt når plattformen har operasjonsdypgang, men tømmes når plattformen heves og staget kommer over vann.

Hydrofonen benyttes i forbindelse med riggens posisjoneringssystem. Den er festet til en kraftig rørstubb som er sveiset fast gjennom et hull i staven. Rent styrkemessig har dette to vesentlige virkninger. For det første vil spenningene i staven rundt hullet øke kraftig i forhold til det normale, og dessuten vil materialet i det samme området få en forringet kvalitet som følge av sveisingen. Kombinasjonen av økte spenninger og redusert materialkvalitet fører til økt fare for at utmattingsprekker skal oppstå.

### Sprekken som vokste

Utmatting blir ofte kalt materialtretthet. Dette er en noe misvisende betegnelse da utmatting artet seg som en sprekk som vokser i materialet som følge av vekslende belastninger. Sprekken vokser så lenge en har vekslende last fra f.eks. bølger, men vil stoppe å vokse når belastningsvekslingene opphører (i stille vær).

Ettersom det knytter seg en del usikkerhet til utmatting, sikrer en seg mot skader ved å inspisere konstruksjonene. Det er et faktum at det aktuelle stedet aldri ble inspisert fordi de som var ansvarlige for inspeksjonsplanleggingen, ikke visste at det stod en hydrofon der. Det er stavenes innfesting i søylene og knutepunkt mellom stav som først og fremst inspiseres. Sprekken fikk dermed vokse uten å bli oppdaget.

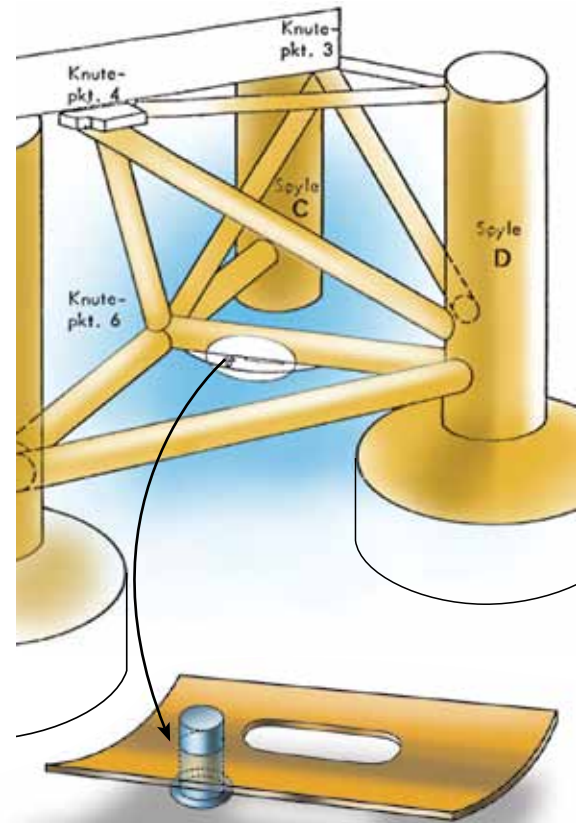
### Staget som brast

Når utmattingssprekken i staget begynte å vokse, fortsatte den med det så lenge konstruksjonen ble utsatt for vekslende belastning. I en slik situasjon vil brudd inntreffe første gang belastningene fra bølger gir påkjenninger i staget som overskrider styrken til den delen av stagets tverrsnitt som ikke er sprukket opp.

### Nye regler

Både DNV, Oljedirektoratet og Sjøfartsdirektoratet reviderte sine regler etter erfaringene fra Alexander L. Kielland-havariet. De viktigste regelendringene var

1. Krav til styrke av skadet konstruksjon. Ethvert konstruksjonselement skal kunne svikte uten at det fører til totalhavari.
2. Utmattingsberegninger utføres som en selvsagt del av designarbeid.
3. Alle stag skal være luftfylte, og de skal kunne inspiseres fra innsiden.
4. Krav til flyteevne ved store skader. Oftest tilfredsstilt ved reserveoppdrift i dekkkonstruksjonen.
5. Antall personer som kan bo på en flytende hotellplattform (flotell), er begrenset.
6. Alle personer om bord skal ha personlige overlevelsedrakter.

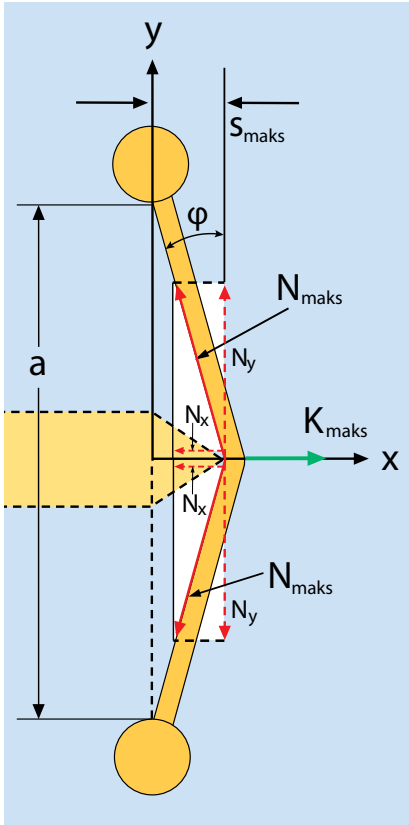


Utsnitt av område ved hydrofonholder og letthull på stag D6.

"Alexander L. Kielland" var en Pentagonplattform bygd i Frankrike. Normalt var den senket så dypt at det meste av stagkonstruksjonen var under vann. Figuren viser det stedet utmattingsbruddet inntraff. Etter at denne staven gikk av, hadde ikke de øvrige tre stavenes tilstrekkelig styrke til å holde på beinet helt til høyre. Bølgekreftene gjorde at også disse stavenes røyk, beinet løsnet først nede før det ble helt revet av, og plattformen fikk kraftig slagside. Etter få minutter tippet den helt rundt.

**Alexander Kielland-plattformen og konstruksjonsdetaljer som var årsak til katastrofen. Du kan lese mer om utmatting på sidene 4-14/15.**

# Sammenstøt mellom skip og plattform



- $K_{maks}$  = maks. kraft som skipet virker på staven med
- $N_{maks}$  = maks. strekkraft i staven, opptrer når materialet når flytegrensen
- $N_y$  = vertikal komponent av  $N_{maks}$  de to komponentene opp- hver hverandre
- $N_x$  = horisontal komponent av  $N_{maks}$  iflg. Newtons 3. lov må gjelde at  $2 \cdot N_x = K_{maks}$
- $s_{maks}$  = maks. deformasjon av staven i x-retning
- $a$  = stavens lengde
- $\varphi$  = deformasjonsvinkel

**Krefter og deformasjoner mot slutten av et sammenstøt mellom et skip og en plattform.**

For det temaet som tas opp i dette kapitlet vil det være fordelaktig, men ikke nødvendig, å ha kjennskap til det stoff om potensiell energi i en elastisk fjær og bevegelsesmengde som er behandlet i Fysikk 2.

## Deformasjoner og deformasjonsarbeid

Når det gjelder skipskollisjoner, er en typisk, dimensjonerende hendelse for plattformer på den norske kontinentalsokkelen en påkjørsel av et forsyningskip på 5000 tonn med hastighet 2 m/s (ca. 4 knop). Skipet har da en kinetisk energi på 10 MJ. Som en følge av flere store kollisjoner og økt størrelse på skipene som opptrer ved plattformene, er myndighetenes forskrifter skjerpet. Nå skal fagverkene dimensjoneres etter en skipsstørrelse på 10 000 tonn og en hastighet på 3 m/s.

Ved kollisjon mot faste plattformer, må skipet stoppes helt. Det betyr at skipets kinetiske energi må absorberes som deformasjonsarbeid i plattformen og/eller i skipet. I tilfellet West Venture var det skipsbaugen som fikk omtrent hele deformasjonsarbeidet, se side 6-25. Dette var fordi skipet traff de meget solide plattformbeina.

For påkjørsel med baug mot stavene i fagverksplattformer er det vanlig å regne med at det er plattformen som får deformasjonsarbeidet, mens baugen ikke deformeres. Dersom skipet treffer en horisontalstav, vil staven først bøyes som en bjelke. Staven vil deretter ved store deformasjoner virke omtrent som en gummistrikk. Vi regner med at staven kan få en maksimal strekkspenning som er lik materialets flytespenning,  $\sigma_y$ . Staven er formet som et rør, og den maksimale kraften i staven vil i så fall bli

$$N_{maks} = \sigma_y \cdot A = \sigma_y \cdot \pi \cdot D \cdot t$$

hvor  $D$  = stavens diameter og  $t$  = godstykkelsen.

Vi forutsetter at skipet treffer staven på midten og etter hvert deformerer denne en distanse  $s_{maks}$ , som vist på figur. Summen av komponentene av kreftene  $N$  i x-retningen vil balansere med kraften  $K_{maks}$  fra skipet, og vi kan for små deformasjonsvinkler ( $\sin \varphi \sim \tan \varphi$ ) skrive

$$K_{maks} = 2 \cdot N_x \approx 2 \cdot N_{maks} \cdot \tan \varphi = \frac{2 \cdot N_{maks} \cdot s_{maks}}{a/2} = \frac{4 \cdot N_{maks} \cdot s_{maks}}{a}$$

Kraften  $K$  er ikke konstant, men øker med økende deformasjon av staven. Tilnærmet kan vi regne at kraften  $K$  varierer lineært, som vist på den øverste figuren i høyre marg. Jevnfør også figur 4-12. Middelerdien vil dermed bli  $0,5 \cdot K_{maks}$ . Dette gir følgende deformasjonsarbeid inntil flyting av materialet inntreffer:

$$W_{maks} = \text{kraft} \times \text{vei} = 0,5 \cdot K_{maks} \cdot s_{maks}$$

Maksimalt deformasjonsarbeid på den staven som skipet treffer, kan dermed bestemmes ved hjelp av ligningene for  $K_{maks}$  og  $N_{maks}$ . Nødvendig energi til å utføre dette arbeidet må hentes fra skipets kinetiske energi. Dersom denne energien er mindre enn arbeidet som gir seg av ligning for  $W_{maks}$ , vil skipet ha stoppet fullstendig allerede ved mindre deformasjon enn den som resulterer i brudd i staven. Hvis den kinetiske energien er større, vil staven bryte og skipet fortsette med redusert fart inntil det treffer en annen del av plattformen.

**Eksempel 6.13**

Figuren viser øverste del av en datamodell av en tidligere boligplattform på Friggfeltet i Nordsjøen. Ved havnivå er plattformen utsatt for påkjørsel av forsyningskip, som indikert med pil på figuren. Spørsmålet er om staven kan utføre et tilstrekkelig stort deformasjonsarbeid til at skipet, som har kinetisk energi på 10 MJ, stoppes helt.

**Løsning.** Lengden av staven mellom knutepunktene 508 og 628 er 23,3 m, og den har diameter 0,762 m og godstykkelse 28,6 mm. Flytspenningen er  $\sigma_y = 355$  MPa.

Den maksimale kraften i staven er gitt ved

$$N_{maks} = 355 \frac{MN}{m^2} \cdot \pi \cdot 0,762 \text{ m} \cdot 0,0286 \text{ m} = 24,3 \text{ MN}$$

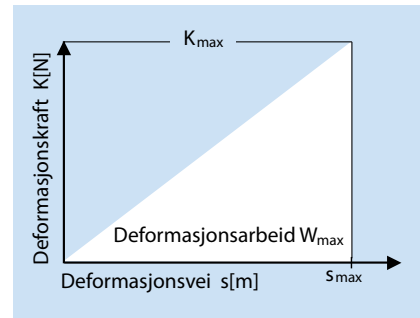
Ved bruk av formler gitt i regelverk for plattformer på norsk sokkel (NORSOK N-004), vil vi finne at staven kan deformeres maksimalt  $s_{maks} = 2,2$  m, eller ca. 3 ganger dens diameter, før den bryter på grunn av for store tøyinger inn mot knutepunktene. Den maksimale kollisjonskraften blir derfor:

$$K_{maks} \frac{4 \cdot 24,3 \text{ MN} \cdot 2,2 \text{ m}}{23,3 \text{ m}} = 9,2 \text{ MN}$$

og det maksimale deformasjonsarbeidet blir

$$W_{maks} = 0,5 \cdot 9,2 \text{ MN} \cdot 2,2 \text{ m} = 10,1 \text{ MS}$$

Denne forenklete beregningen viser at staven akkurat klarer å absorbere skipets kinetiske energi uten å ryke.



**Illustrasjon av deformasjonskraft som funksjon av deformasjonsvei. Deformasjonsarbeidet framkommer som arealet av den hvite flaten.**



**Datamodell av understell for boligplattform på Frigg feltet.**



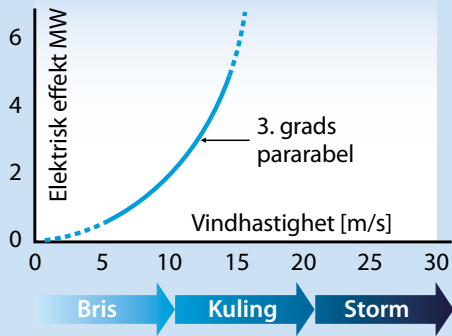
Dette bildet viser skadene på forskipet til brønnfartøyet Big Orange etter at det kolliderte med vanninjeksjonsplattformen 2/4W på Ekofisk-feltet 8. juni 2009. Det går fram at også plattformen har store skader; hovedsøylene er bøyd, og flere staver er revet av. Som en konsekvens av ulykken ble plattformen stengt ned, og den ble fjernet. Det er interessant å merke seg at baugen også i dette tilfellet utførte et betydelig deformasjonsarbeid. Kollisjonsenergien var videre ca. seks ganger større enn det som plattformen opprinnelig var dimensjonert for, se øverst på venstre side.



**Vi undrer oss på:**

Kan vi definere det sammenstøtet som er behandlet i eksemplet ovenfor som et elastisk støt? Begrunn svaret.

# Tårnkonstruksjoner for vindkraftverk til havs



Vindturbinen settes i drift ved en vindhastighet på ca. 5 m/s og stenges ved 25-30 m/s. Effektreguleringen skjer ved at turbinbladene vris slik at vinkelen  $\varphi$  i figur side 6-41 varieres.

**Typisk driftsområde for et 5MW vindkraftverk**



Dette vindkraftverket er tenkt forankret med et såkalt strekkstag (a) mellom den flytende konstruksjonen og havbunnen. Flere detaljer er vist på [www.sway.no](http://www.sway.no)

**Planlagt "Sway" 5 MW flytende vindkraftverk**

**Vindkraft – en viktig fornybar energikilde i fremtiden.** Verdens energibehov synes "umettelig". Tilgangen til fossilt brensel som olje og gass er begrenset, og opphopning av CO<sub>2</sub> i atmosfæren fra forbrenningen utgjør en trussel med hensyn til drivhuseffekt og global oppvarming. På sikt må derfor andre energiformer som ikke er basert på fossilt brensel, få større plass. Kjernekraftverk ser ut til å få en renessanse i mange land, men her representerer lagring av radioaktivt avfall en stor utfordring. Vindkraft framstår derimot som en av de mest miljøvennlige metodene for utvinning av elektrisk energi sammenlignet med mange andre alternativ.

## Vindkraftverk til havs gjør norsk kompetanse fra offshore

**petroleumsutvinning ekstra verdifull.** Fram til nå har vindkraftverk primært blitt installert på land. Spesielt Danmark og Tyskland har vært ledende på dette området. I Norge er det bygget relativt få vindkraftverk. Mange kraftverk er planlagt, men det er som regel stor motstand mot slike planer på grunn av de store konsekvensene de har med hensyn til inngrep i vakker og sårbar kyst- og fjellnatur og visuell "forurensing". Det naturlige svaret på disse utfordringene synes å være å installere dem til havs ute av syne, hvor konfliktene med andre interesser vil være mye mindre. Plassering til havs vil dessuten være gunstig med hensyn til gode vindforhold, men det at disse installasjonene også må motstå enorme påkjenninger fra bølger og strøm, i tillegg til vind, gir nye utfordringer. Her vil norske ingeniører- og ikke minst mariningeniører – med sin store kompetanse fra offshore petroleumsvirksomhet, ha alle muligheter til å innta en ledende rolle internasjonalt.

## Store påkjenninger

Selve energiomformingen fra vindens kinetiske energi til elektrisk energi er nærmere behandlet på sidene 13-4/5. Her påvises at utviklet effekt i en vindturbin er proporsjonal med vindhastigheten i 3. potens, se figur øverst til venstre. For ikke å overbelaste de mekaniske komponenter kan en imidlertid ikke ta ut mer energi enn det som oppnås ved vindhastigheter opptil 12–15 m/s. Ved store vindhastigheter, typisk større enn 25–30 m/s, tilsvarende storm, må kraftverket stenge ned ved at bladene vris til nøytral posisjon. For ekstreme bølge- og sjøtilstander, som i Nordsjøen kan gi vindhastigheter i størrelsesorden 45 m/s og bølgehøyder på opptil 30 m, blir det da rett og slett snakk om å "overleve".

**Store dimensjoner.** Moderne vindkraftverk er enorme installasjoner. Selve tårnet vil være 70–100 m høyt. Et kraftverk på 5 MW har rotorblader med diameter på ca. 100 m, mens planlagte 10 MW kraftverk har en diameter på ca. 145 m. Styrken til rotorbladene begrenser hvor lange man kan lage disse. Nye materialer og alternative rotorløsninger vil sikkert se dagens lys i årene som kommer.

**Fagverkskonstruksjoner er godt egnet til bunnfaste anlegg.** På land vil generatorhuset typisk bli satt på en sylindrisk søyle med en diameter på ca. 5 m. På små vanddyp kan slike søyler fortsatt benyttes, men når

vanndybden blir større, må et alternativt fundament lages. Her er det sannsynlig at fagverksplattformer av samme type som benyttet for oljeplattformer vil være en effektiv måte å bære vindkraftverket på. Fagverk er nemlig en "transparent" konstruksjon som drar på seg relativt små bølgekrefter samtidig som den aksielt har en effektiv bærevirkning. En slik konstruksjon er vist øverst på side 13-4. Det er mulig at fagverket også kan erstatte den sylindriske søylen helt eller delvis. For store havdyp vil bunnfaste konstruksjoner bli kostbare, og flytende konstruksjoner må brukes. Eksempler på slike kraftverk er Sway og Hywind, se figurer på begge sider. Bygging av vindkraftverk har potensial til å gi betydelig virksomhet ved norske offshore- og skipsverft.

## Krav til omfattende styrkeberegninger

**Både rotorblad og søyler/understell må kontrolleres.** Det er nødvendig å foreta en rekke analyser for å kontrollere at vindkraftverkene tåler påkjenningene de utsettes for. Analysene er svært kompliserte og må ta hensyn til samspillet mellom styringskontrollen og de mekaniske, aerodynamiske og hydrodynamiske systemene. Rotorbladenes vinkel mot vinden må for eksempel kontinuerlig justeres av hensyn til både ønsket generatoreffekt og kontroll av rotorbladenes bøyespenninger. Bøye- og aksialspenningene i den sylindriske søylen og eventuelt i en fagverkskonstruksjon som understell, må på ethvert sted kontinuerlig registreres i simuleringer og kontrolleres med hensyn til faren for utmatting, flytning og knekking. Det foregår her en rivende utvikling av beregningsverktøy, hvor norsk erfaring fra offshorevirksomheten er uvurderlig.

## Enorme datamengder fra mange forskjellige driftssituasjoner.

En viktig del av kontrollen er normal operasjon av vindkraftverket og overlevelse ved ekstreme stormer. Videre må det også kontrolleres for en rekke tilfeller av ekstreme endringer i vindhastigheter og vindretninger, nødnedstengninger ved feil på blader, brudd i turbinaksel, for stor rotorhastighet, tap av elektrisitetsnett osv. For hver av disse hendelsene må mange sjø- og vindtilstander simuleres, slik at kanskje flere tusen analyser må foretas. Å gjennomføre disse analysene og håndtere de enorme datamengdene stiller store krav til dataprogram, datamaskiner og ingeniører.

## Transport til installasjonsstedet

Det er ikke bare operasjonsfasen som må kontrolleres. Transporten av flytende vindkraftverk fra fabrikkasjonssted til installasjonsstedet vil også kunne medføre utfordringer. Mens vi i Norge har dypt vann, og dermed kan slepe installasjonen i opprett stilling, vil det mange steder være grunne forhold ved kysten. Dette medfører i så fall sleping i horisontal tilstand. Konstruksjonen må være hydrostatisk stabil også i denne tilstanden. En annen løsning er bygging av spesialskip for transporten. Her har marinstudenter ved NTNU utviklet og tatt patent på en spennende løsning, se side 0-17.



*Sleping av Hywind til Utsira. Photo: Øyvind Hagen / Statoil*

## Bruk Internett

Lag lysark til et 20 minutters foredrag om vindkraftverk. Bruk illustrasjoner og data fra sidene 6-30/31 og 13- 4/5, samt fra internett (adr. se figurer)



# Oppgaver

## Oppgave 6.1

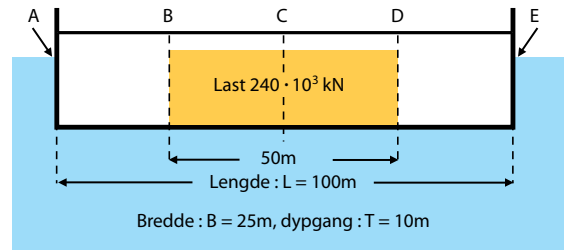
Figur til høyre viser skjematisk en kasseformet pram som slepes i ferskvann.

- Det er alltid viktig å skille mellom de ytre kreftene som virker på et legeme, og de indre påkjenninger som disse gir. Hvilke 3 ytre krefter virker på prammen?
- Beregn skrogtyngden (lettskipstyngden)
- Beregn momentet som disse ytre kreftene har om en horisontal akse gjennom punkt E. Bruk fortegn. Hva kan du altså si om summen av de ytre kreftene og summen av de ytre momenter når prammen ligger i ro?
- Lasttyngde, skrogtyngde og oppdrift antas jevnt fordelt over oppgitte lengder. Beregn de fordelte krefter i kN/m. Skisser disse på samme måte som vist i figur a på side 6-19.
- Vi går så over til å studere de indre påkjenningene. Disse beskrives best ved hjelp av en bøyemomentkurve og skjærkraftkurve for prammen. Kurvene framkommer ved å kartlegge forholdene i ulike tverrsnitt av prammen, på samme måte som vist i eksempel 6.11, side 6-19. Beregn og tegn opp en bøyemomentkurve for prammen. For å spare tid nøyer vi oss med å dele opp i 4 like deler. Vis at  $\sum M_b = 0$  i "snitt" E.
- Beregn og tegn opp skjærkraftkurven, se eksempel 6.11.
- Hva kaller vi en slik belastningstilstand som prammen er utsatt for?

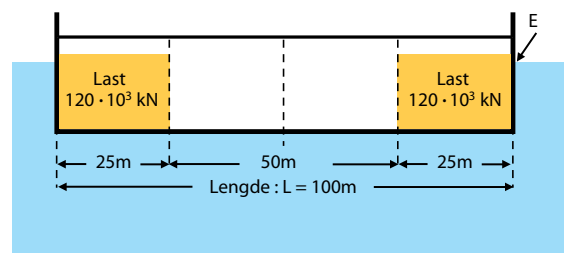
## Oppgave 6.2

Figur nr. 2 til høyre viser den samme prammen som ble beregnet i oppgave 5.1, men nå har den en annen plassering av lasten.

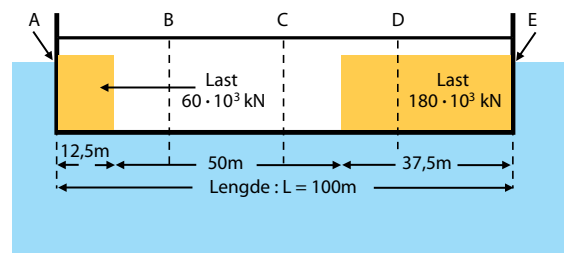
- Gjennomfør de samme beregningene og optegningene som ovenfor.
- Hva kalles den belastningstilstand som prammen nå er utsatt for?



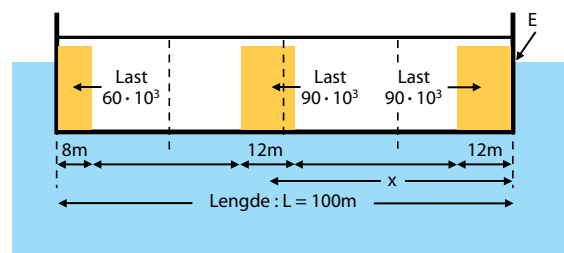
Figur til oppgave 6.1



Figur til oppgave 6.2



Figur til oppgave 6.3



Figur til oppgave 4.4



**Oppgave 6.3**

Vi fortsetter med beregninger av den samme prammen som ovenfor, men med 25 % av lasten plassert akterut, mens resten av lasten ønskes plassert lengst framme, se figur.

- Beregn det ytre momentet om punkt E med den ønskede plassering av lasten. Beregningen baseres på at skipet skal flyte horisontalt slik at de oppgitte lengder kan brukes som momentarmer for kraftretningene. Hvordan forklarer du at det ytre momentet ikke blir lik 0 om punkt E, slik som det har blitt i begge oppgavene foran?
- Hvordan må den store lasten plasseres for at det ytre momentet om punkt E skal bli lik 0? Uttrykk plasseringen ved hjelp av den horisontale avstanden mellom denne lastens tyngdepunkt og "snitt" E.
- Beregn og tegn opp resulterende, fordelt belastning (kN/m) med den nye plassering av den fremste lasten
- Beregn og tegn opp en bøyemomentkurve med den nye plasseringen av den forreste lasten
- Beregn og tegn opp skjærkraftkurven
- Hvordan vil du etter dette formulere den betingelse som de ytre momentene må tilfredsstille for at et skip skal flyte horisontalt i vannet.

**Oppgave 6.4**

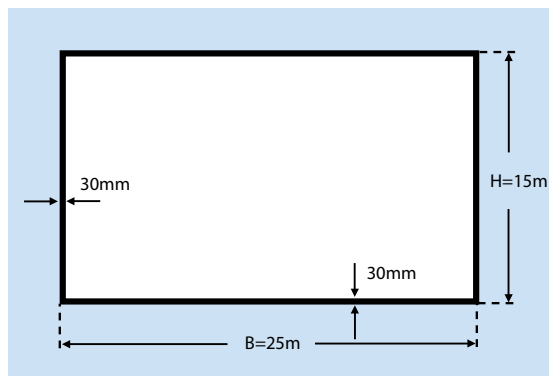
Det vises til figur nr. 4 av samme pram som tidligere. Denne har samme totallast som før, men av en type som gir større fordelte belastninger i kN/m. Dessuten er lasten delt opp i 3 enheter. To av disse er plassert som vist, og den tredje skal plasseres slik at prammen flyter horisontalt.

- Beregn hvordan denne da må plasseres, uttrykt ved hjelp av den horisontale avstanden mellom dens tyngdepunkt og "snitt" E.

**Oppgave 6.5**

Vi skal beregne hvor stor strekkspenning det blir på undersiden av prammen ved den belastning som var gitt i oppg. 5.1.

- For enkelhets skyld forutsetter vi at prammen er sveiset sammen av 30 mm stålplater. Dette gir et tverrsnitt som vist i figur nedenfor. Beregn arealtreghetsmomentet ( $I$ ) for et slikt tverrsnitt. Dette gjøres som forklart for tverrsnitt B på side 5-11.
- Beregn maksimal spenning på undersiden av bunnen. Oppgi spenningen både i  $\text{N/mm}^2$  og MPa.
- Hvor stor er sikkerheten mot flyting hvis det benyttes stål med flytegrense 200 MPa. I virkeligheten er sikkerheten større fordi bunnen vil bli utført med stivere som vist på side 6-20.



**Figur til oppgave 6.5**

**Oppgave 6.6**

Det vises til eksempel 6.4, side 6-6.

- Vis at bøyemomentdiagrammet blir som illustrert på tilhørende figur
- Vis at skjærkraftdiagrammet blir som illustrert på figuren
- Broplanken er 15 cm bred og 3 cm tykk. Den er utført av furu, som har en trykkfasthet på 40 MPa. Vil den tåle belastningen?

# Oppgaver

## Oppgave 6.7

Det vises til eksempel 6.5, side 6-7.

- a) Kontroller at indre bøyemomenter i snittene D og E er som oppgitt.

## Oppgave 6.8

Det vises til eksempel 6.5, side 6-7 og figur side 2-15. Geirs flåte er laget av hard isopor med strekkfasthet 200 kPa og skjærspenningsfasthet 200 kPa.

- Beregn maksimal strekkspenning
- Beregn maksimal skjærspenning
- Hvorfor vil spenningene i virkeligheten være mindre enn de som er beregnet?
- Bestem den minste tykkelsen som flåten kan lages med uten at den bryter sammen når Geir setter seg på den

## Oppgave 6.9

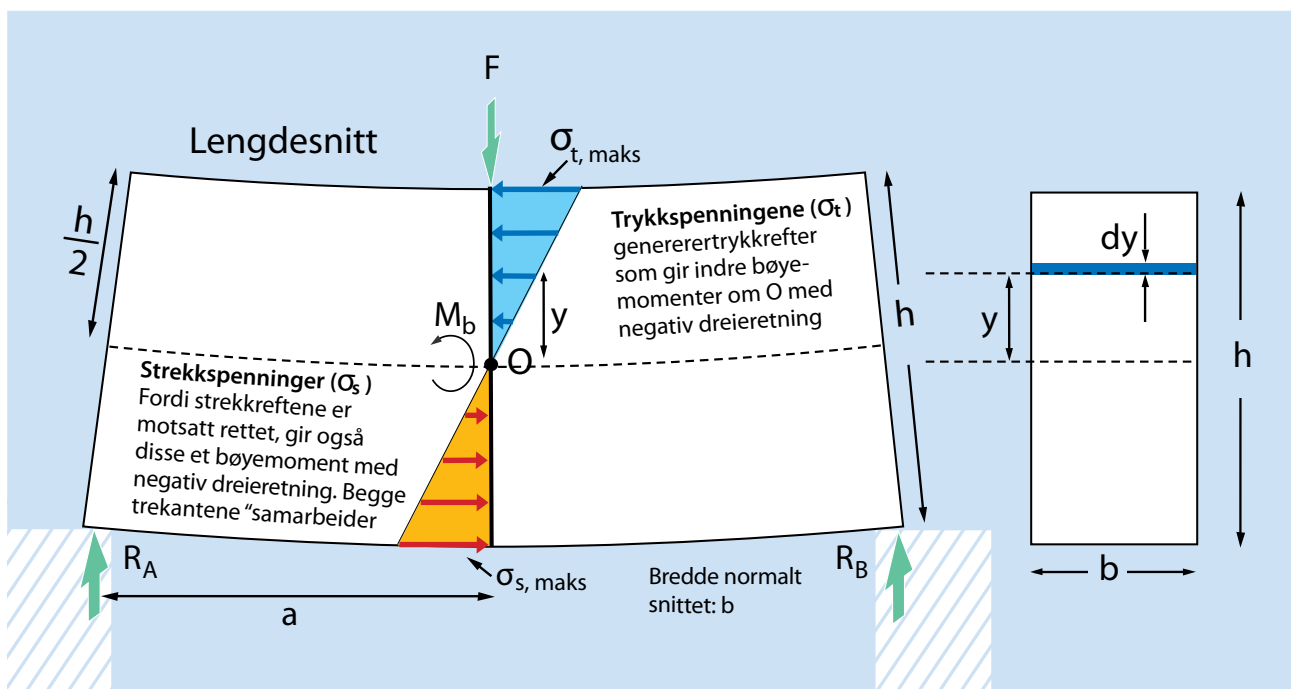
Det vises til eksempel 6 på side 6-7.

- Legg inn 6 snitt med like store avstander, og vis at bøyemomentdiagrammet blir som framstilt i tilhørende figur
- Vis at skjærkraftdiagrammet blir som lagt inn i den samme figuren

## Oppgave 6.10 (vanskelig, krever kjennskap til integralregning)

Vi skal i denne oppgaven utlede at arealtregningsmomentet for et rektangulært tverrsnitt er  $I = b \cdot h^3/12$ . Det vises i den forbindelse til figur på side 6-9 av en bjelke som utsettes for et bøyemoment. Bjelken er beskrevet mer detaljert nedenfor.

- Strekk- og trykkspenningene i tverrsnittet gir indre krefter. Disse genererer indre bøyemomenter om punkt O. Disse må balansere med de ytre bøyemomenter som påvirker den frilagte bjelkedelen. Sett først opp et uttrykk for den kraften som arealet  $b \cdot dy$  utsettes for, og deretter et uttrykk for det momentet som kraften gir om punkt O.
- Lag et integral over høyden  $h/2$ . Når dette så multipliseres med 2, framkommer det totale indre momentet som strekk- og trykkspenningene til sammen gir om punkt O.
- Løs integralet.
- Utleid ligningen for bestemmelse av maksimalt bøyemoment som er gitt på side 6-9.



### Oppgave 6.11

I denne oppgaven skal vi bekrefte de beregnede verdier på bøyemomentene og skjærkreftene i figurene på side 6-18.

- Vis at et volumdeplasement  $V = 97600 \text{ m}^3$  svarer til et tyngdedeplasement  $\Delta = 980 \cdot 10^3 \text{ kN}$
- Ta en utskrift av side 6-18 i relativt stor skala. Mål arealet av oppdriftstrapeset, og beregn skalaen i kN pr.  $\text{mm}^2$ , som også må gjelde for tyngdearealene.
- Fordelingen av både tyngde- og oppdriftsbelastninger er markert med sorte linjer og middelværdien pr. seksjon med grønne linjer. Kontroller for seksjon DE at differensen mellom arealene under middel-linjene for oppdrift og tyngde gir en resulterende belastning på denne seksjonen omtrent lik  $52 \cdot 10^3 \text{ kN}$ . Dette er en verdi som er bestemt fra et dataprogram, og vi kan ikke vente full overensstemmelse.
- Kontroller at fordelt, resulterende belastning pr. m skipslengde som ført opp i figur c, er riktig.
- Kontroller at opptegnet bøyemomentkurve er korrekt ved å beregne verdien i snitt D som er stikkprøve.
- Kontroller at opptegnet skjærkraftkurve er korrekt ved å beregne verdien i snitt D som er stikkprøve.

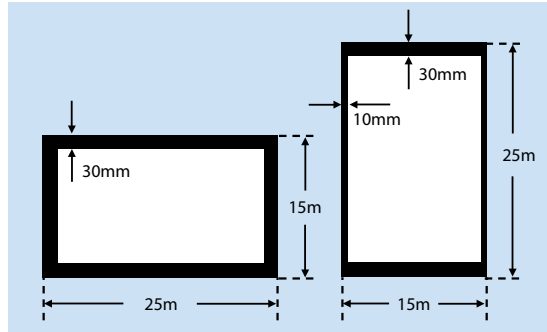
### Oppgave 6.12

Vi skal bekrefte beregnede verdier på bøyemomenter og skjærkrefter for skip utsatt for saggingsbelastning som vist i figurene på side 6-19.

- Dette gjøres som beskrevet under oppgave 6.11

### Oppgave 6.13

Oppgaven gir eksempler på utforming av to tverrsnitt av skrogbjelken som gir omtrent samme bøyespennning, men svært ulik skjærspennning, ved en gitt last. De to utformingene har samme innvendige tverrsnitt og dermed samme innvendige lastevolum ved en gitt



Figur til oppgave 6.13

skipslengde. Målsatte dimensjoner framgår av figur. Begge skrogbjelkene utsettes for saggning med et maksimalt bøyemoment lik  $3,0 \cdot 10^6 \text{ kNm}$  og en maksimal skjærkraft lik  $60 \cdot 10^3 \text{ kN}$ .

- Beregn motstandsmomentet ( $I$ ) for begge tverrsnittene
- Beregn maksimal strekkspenning i  $\text{N/mm}^2$  for begge tverrsnittene
- Beregn maksimal skjærspenning i  $\text{N/mm}^2$  for begge tverrsnittene. Det forutsettes at skjærkreftene tas opp av sideflatene
- Beregn hvor mange tonn stål som går med til en 100 m lang pram som utformes med hvert av tverrsnittene. Endefaltene gjøres rektangulære og med 30 mm platetykkelse i begge tilfeller. Regn med at stålets tetthet er  $7,85 \text{ tonn/m}^3$
- Hva kan vi lære av denne oppgaven?

### Oppgave 6.14

- Løs "Vi undrer oss på"- oppgaven på side 6-23
- Vis at kreftene som virker i stavene FD, DG og GB, er som oppført (inkludert fortegnene).

### Oppgave 6.15

- Vis at et skip med massedeplasement 5000 tonn og hastighet 4 knop har en kinetisk energi på ca. 10 MJ
- Skipet kolliderer med en fast fagverksplattform og stopper etter at det har beveget seg 1,5 m. Hvor lang tid varer sammenstøtet? Regn med konstant akselerasjon.
- Hvor stor er akselerasjonen under sammenstøtet?

# Oppgaver

## Oppgave 6.16

Et offshore serviceskip har et massedeplesement på 6000 tonn og en hastighet på 6 knop. Det kolliderer med en flytende plattform med massedeplesement på 35000 tonn. Etter sammenstøtet beveger skipet og plattformen seg som ett legeme. Vi regner med at anker-systemet ikke påvirker plattformens bevegelse under støtet. Det virker heller ingen andre ytre krefter på systemet skip/plattform under kollisjonen. Da kan vi bruke loven om bevaring av bevegelsesmengde for sammen-satte systemer, se for eksempel Ergo, Fysikk 2.

- Hvor stor hastighet har felleslegemet mot slutten av støtet?
- Hvor stor andel av sin kinetiske energi mistet skipet under sammenstøtet?
- Hva ble den tapte energien brukt til?

## Oppgave 6-17

Et skip med massedeplesement 5000 tonn kolliderer med en fast plattform. Under sammenstøtet deformeres en stav uten å ryke. Staven har en diameter på 0,7 m og en godstykkelse på 30 mm. Lengden er 21 m og ifølge regelverket kan en slik stav maksimalt deformeres 2,1 m uten at brudd oppstår. Materialets flytespenning er 340 MPa.

- I ettertid er det uenighet om hvor stor fart skipet egentlig hadde før sammenstøtet. Beregn hvor stor farten maksimalt kan ha vært, forutsatt at det er staven alene som har absorbert skipets kinetiske energi.
- Skipet selv fikk noen deformasjoner i baugen. Tilhørende deformasjonsarbeid vurderes til å utgjøre 20 % av det deformasjonsarbeid som staven maksimalt kunne absorbere. Hvor stor fart kan skipet maksimalt ha hatt hvis vi tar hensyn til dette i beregningene?

## Oppgave 6.18 (vanskelig)

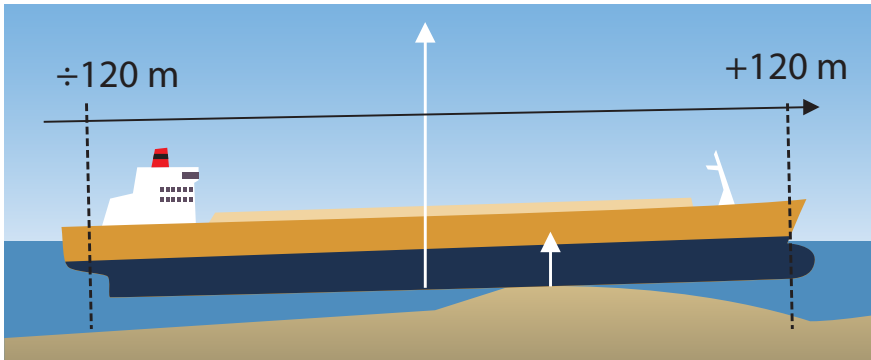
Et skip har grunnstøtt og står fast på et kontaktpunkt med sjøbunnen. Målinger av dypgang ved forre og aktre perpendikulær viser betydelige endringer. Ved hjelp av skipets lastkalkulator har kapteinen kunnet beregne langskips skjærkraft og bøyemoment i skrog-

bjelken på grunnlag av de målte dypganger og de kjente fordelinger av lettskipsvekt og dødvekt. Kontaktkraften mot sjøbunnen er i denne beregningen ukjent og brukes ikke. Resultatet av beregningene er vist i figur, hvor skjærkraftens retning også er indikert.

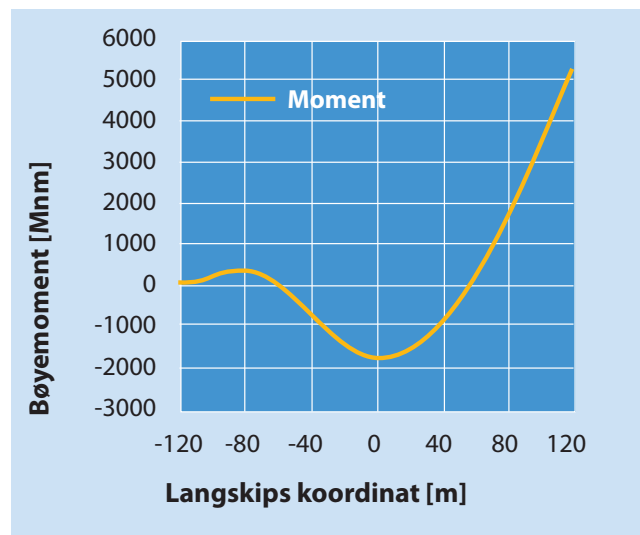
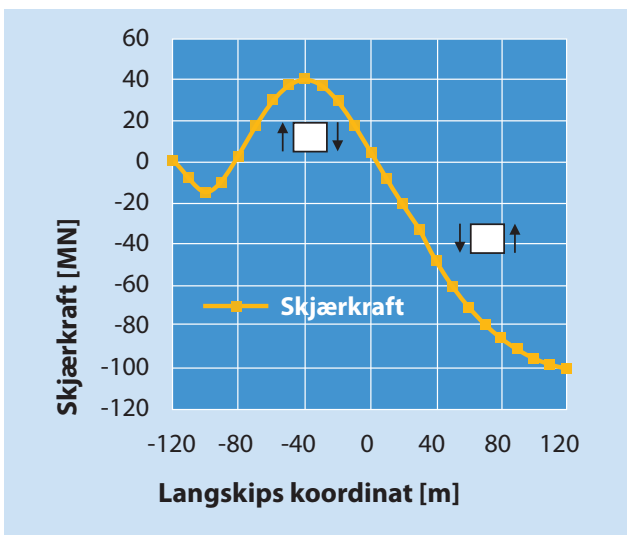
Skipets lengde mellom perpendikulærene er 240 m. Vi kan regne med at skipets motstandsmoment er  $35 \text{ m}^3$ , at nøytralaksen ligger midt mellom dekk og bunn og at motstandsmomentet er konstant over skipets lengde.

Skipet er bygget i normalstål med flytespenning 235 MPa

- Kapteinen er blitt fortalt at du har sommerjobb om bord og at du med stor interesse studerte kapitlet om konstruksjoners styrke i boka Havromsteknologi da du fulgte faget Teknologi og forskningslære i vgs. Kapteinen ber deg derfor bruke de beregnede skjærkrefter og bøyemomenter til å bestemme størrelsen på grunnstøtingskraften og langskips posisjon til kontaktpunktet
- På grunnlag av grunnstøtingskraftens størrelse og posisjon, beregnet i a), ber han deg prinsipielt skissere skjærkraftdiagram og bøyemomentdiagram hvor grunnstøtingskraften er tatt hensyn til.
- Kapteinen er bekymret for at skroget ikke skal tåle påkjenningene det utsettes for i grunnstøtingsssituasjonen, og brette i to. Han ber deg komme med en vurdering av risikoen for dette, helst ved å beregne sikkerheten mot flyting.



Figur til oppg. 6.19  
Grunnstøtt skip

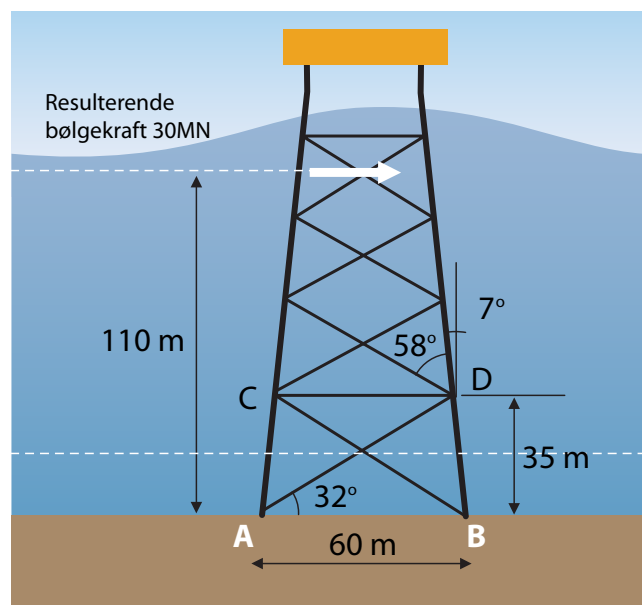


Figurer til oppgave 6.19. Langskips skjærkraft og bøyemoment i skrogbjelken når grunnstøttingskraften ikke er tatt med.

**Oppgave 6.19** (vanskelig)

Figur viser et plant fagverk i en jacket. Plattformen er utsatt for bølgekrefter som antas å ha en resultatant på 30 MN, se figuren.

- a) Bestem aksialkreftene i beina og i skråstavene i etasjen nærmest bunnen.
- b) Avmerk med farger hvor det opptrer trykkstaver (blått) og strekkstaver (rødt) i hele fagverket.



Figur til oppg. 6.20. Plant fagverk i en fagverksplattform.

